

# COURS 0

---

## DIMENSIONS & UNITÉS



David Malka

MPSI – 2017-2018 – Lycée Saint-Exupéry



# 1 Dimension d'une grandeur physique

## 1.1 Que caractérise la dimension d'une grandeur physique ?

La dimension d'une grandeur physique traduit la nature physique de cette grandeur. Deux grandeurs physiques de même dimension sont dites homogènes. Seule la comparaison de deux valeurs grandeurs physiques homogène a un sens.

➡ exemple : *la masse, la vitesse, l'énergie sont des grandeurs de natures différentes et donc de dimensions différentes. La comparaison d'une masse et d'une longueur n'a pas de sens physique.*

## 1.2 Les sept dimensions fondamentales

Parmi toutes les dimensions existantes, on a choisi arbitrairement sept dimensions indépendantes données dans le tableau fig.1.

Dimension	Symbole	Unité légale associée	Symbole de l'unité
Longueur	L	mètre	m
Masse	M	<b>kilogramme</b>	kg
Temps	T	seconde	s
Intensité électrique	I	ampère	A
Température	$\theta$	kelvin	K
Quantité de matière	N	mole	mol
Intensité lumineuse	J	candela	cd

FIGURE 1 – Les sept dimensions fondamentales

Toutes les autres dimensions se déduisent de ces sept dimensions fondamentales par produit ou division de ces dimensions.

☞ *Un nombre pur, comme 2,  $\pi$  ..., n'a pas de dimension.*

☞ *Une quantité de matière est un nombre pur et n'a donc pas de dimension.*

## 1.3 Equations dimensionnelles

### Homogénéité et relations mathématiques

- $A = B \Rightarrow [A] = [B]$  : deux grandeurs de valeurs égales ont nécessairement même dimension.
- $A + B = C + D \Rightarrow [A] = [B] = [C] = [D]$  : les termes d'une somme ont nécessairement même dimension.
- $C = A.B \Rightarrow [C] = [A][B]$  : la dimension d'un produit de facteurs est le produit des dimensions des facteurs.

### Application-1

Déterminer la dimension d'une vitesse  $v$  en fonction des dimensions fondamentales. Donner alors l'unité légale de vitesse. Faire de même pour une concentration molaire  $C$ .

#### Réponse

$$[v] = L.T^{-1}, \text{ unité légale } m \cdot s^{-1} \quad [c] = L^{-3}, \text{ unité légale } mol \cdot m^{-3}.$$

## 1.4 Homogénéité des relations : une règle d'or !

### Faire de l'analyse dimensionnelle !

Il faut procéder systématiquement à l'analyse dimensionnelle de toutes les grandeurs définies par des formules et de toutes les équations (données ou obtenues).

Cela permet, entre autres, de :

- de comprendre la signification physique des termes apparaissant dans les expressions et équations littérales,
- détecter une erreur de calcul,
- de déterminer l'expression approchée d'une grandeur sans résoudre exactement le problème.



### Application-2

Après une série de calculs, un étudiant aboutit à l'expression suivante pour l'accélération  $a$  d'un mobile :

$$a = \frac{v^2}{R^2}$$

où  $v$  est une vitesse et  $R$  une longueur. Que penser de la justesse de l'expression de  $a$  ?

### Réponse

La dimension d'une accélération est  $[L][T]^{-2}$ , la dimension de  $\frac{v^2}{R^2}$  est  $[T]^{-2}$ .  $a$  n'est donc pas homogène à une accélération donc il y a une erreur de calcul.

## 2 Les unités

### 2.1 Le Système International d'unités (S.I.)

L'ensemble des unités associées aux dimensions fondamentales constitue le *système international d'unités* : système mksA (mètre, kilogramme, seconde, Ampère) + K + mol + cd. Ces unités sont appelées unités légales. Tout calcul réalisé à partir de données numériques prises en unités S.I. donne un résultat en unité S.I. Il est recommandé de procéder de la sorte.

### 2.2 Les étalons de mesure

Toute quantification<sup>1</sup> d'une grandeur se fait par comparaison avec une grandeur de référence : **l'étalon**. Voici quelques exemples d'étalons correspondants aux unités fondamentales<sup>2</sup>.

#### 2.2.1 Etalon de masse



#### Définition du kilogramme

Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme.

Le prototype international du kilogramme est un cylindre en platine irridié conservé au Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) depuis 1889 (fig.2).

#### 2.2.2 Etalon de durée



#### Définition de la seconde

La seconde  $s$  est la durée correspondant 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamentale de l'atome de césium  $^{133}\text{Cs}$ .

C'est sur cet étalon que repose le principe des horloges les plus précises au monde (incertitude de l'ordre de  $10^{-16} s$ !!!) : les horloges atomiques (fig.3).

#### 2.2.3 Etalon de longueur

L'étalon de longueur est défini à partir de la seconde et de la célérité  $C$  de la lumière dans le vide dont on sait que c'est une constante fondamentale.

1. Quantifier signifie mesurer.

2. Ces étalons ont beaucoup changé au cours de l'histoire des sciences.



FIGURE 2 – L'étalon de masse en platine au BIPM

### Définition du mètre

Le mètre  $m$  est la distance parcourue par la lumière dans le vide en  $\frac{1}{299\,792\,458}$  s.

Cette définition impose la célérité de la lumière :  $C = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

#### 2.2.4 Etalon de quantité de matière

### Définition de la mole

La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12 ; son symbole est mol.

*Le nombre d'entités contenu dans une mole est resté longtemps inconnu, d'autant plus que le caractère atomique de la matière n'était qu'une hypothèse. On sait depuis un siècle que cela correspond à environ  $6,02 \cdot 10^{23}$  entités.*

#### 2.2.5 Etalon de température

### Définition du kelvin

Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction  $\frac{1}{273,16}$  de la température thermodynamique du point triple de l'eau.

Il en résulte que la température thermodynamique du point triple de l'eau est égale à 273,16 kelvins exactement :  $T_T = 273,16 \text{ K}$ .

#### 2.2.6 Autres étalons

Il existe également des étalons servant à définir l'ampère et le candela dont on ne donne pas ici la définition.



FIGURE 3 – Une horloge atomique basée sur l'étalon de durée

### Sur le web

Site du BIPM (tout sur les étalons de mesure, les unités...) : <http://www.bipm.org/>.