

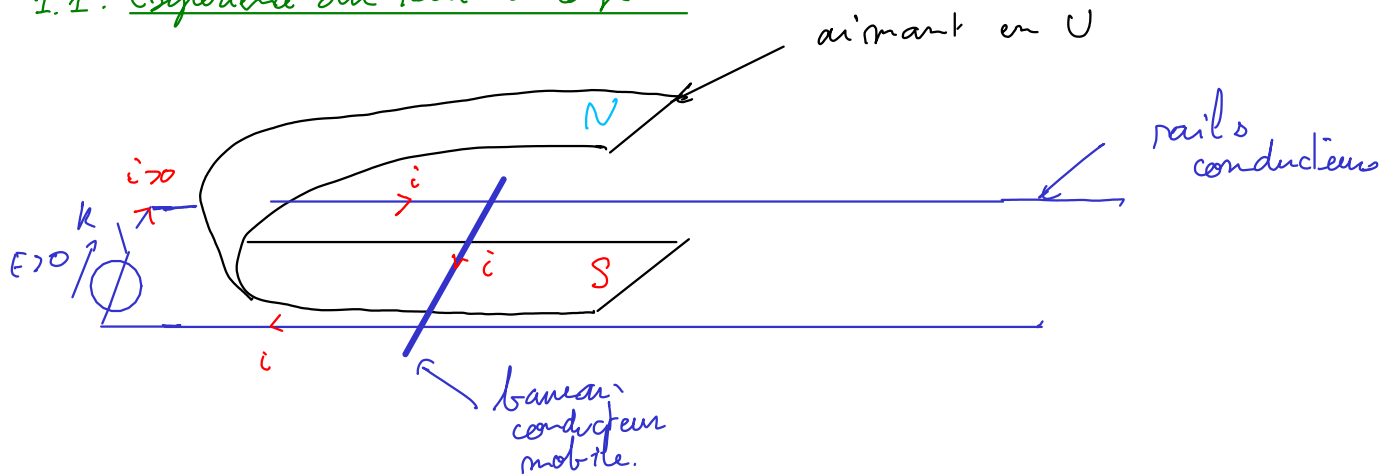
Cours EM2

Actions mécaniques du champ magnétique

Rappel : le champ magnétique \vec{B} agit sur les courants.

1. Exemple de translation rectiligne : expérience du rail de Laplace

1.1. Expérience du rail de Laplace



Observations :

- ① lorsqu'on ferme K, le barreau se met en mouvement vers la gauche. Translation rectiligne en négligeant le mouvement de rotation propre
- ② Si on permute les pôles S et N de l'aimant, avec $i > 0$, le mouvement s'effectue vers la droite.
- ③ Si $i < 0$, sans modifier l'orientation de l'aimant, le mouvement s'effectue vers la droite.

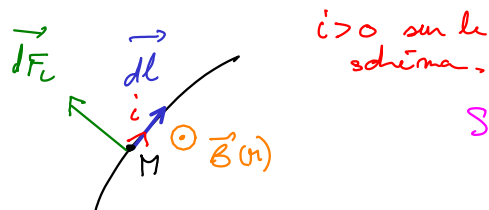
1.2. Interprétation qualitative.

Le barreau est mis en mouvement sous l'action mécanique du champ magnétique

1.3. Résultante de la force de Laplace

Soit un élément de conducteur, de longueur dl et parcouru par un courant d'intensité i , plongé dans un champ magnétique $\vec{B}(M)$. Cet élément subit la force de Laplace :

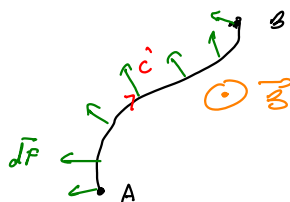
$$d\vec{F}_L = i(M) d\vec{l} \wedge \vec{B}(M)$$



Sens & direction :
règle de la main droite.

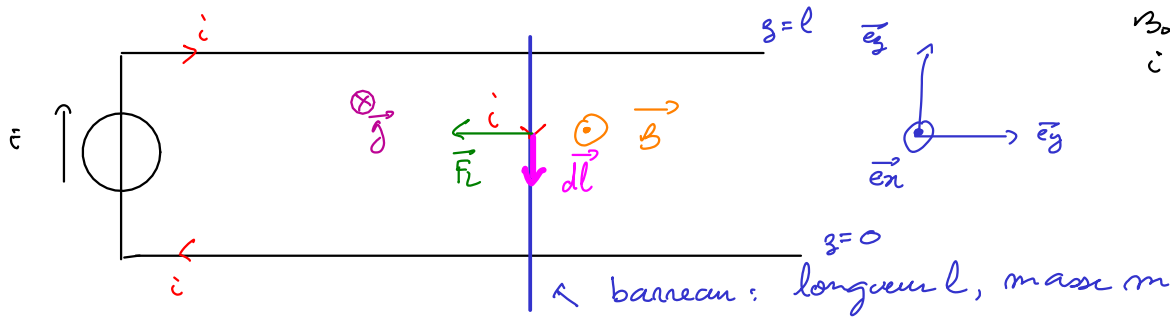
Sur une portion macroscopique de conducteur :

$$\vec{F}_L = \int_A^B i(\alpha) d\vec{l} \wedge \vec{B}(\alpha)$$



1.4. Mouvement du barreau conducteur.

Paramétrage du problème.



Le champ magnétique \vec{B} dans l'entrefer de l'aimant en U est uniforme : $\forall M \in \text{entrefer}, \vec{B}(M) = B_0 \vec{e}_y$.

(1) Syst : barreau conducteur mobile

(2) Ref : labo, galiléen.

(3) Bilan des forces :

- force de Laplace :

$$d\vec{F}_L = i d\vec{l} \wedge \vec{B} \text{ avec } d\vec{l} = -dz \vec{e}_z \text{ et } \vec{B} = B_0 \vec{e}_y$$

$$d\vec{F}_L = -B_0 i dz (\vec{e}_z \wedge \vec{e}_y) = -B_0 i dz \vec{e}_x$$

$$\vec{F}_L = \int_{z=0}^l d\vec{F}_L \Leftrightarrow \boxed{\vec{F}_L = -B_0 i l \vec{e}_x}$$

- frottement : négligé ici

- poids : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg \vec{e}_x$

- réaction normale des rails : $\vec{N} = N \vec{e}_x$

(4) Equation du mouvement :

Théorème du centre de masse appliqué au barreau ($\vec{v}(t) = \dot{z}$)

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_L \Leftrightarrow \begin{cases} m \dot{v}_x = -mg + N \\ m \dot{v}_y = -B_0 i l \\ m \dot{v}_z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = mg \text{ si le barreau reste en contact avec le rail} \\ \ddot{z} = -\frac{B_0 i l}{m} \\ \ddot{z} = 0 \end{cases}$$

C.I : $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = 0$

Après intégration :

$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= 0 \\ y(t) &= -\frac{1}{2}(B_0 i l) t^2 \\ z(t) &= 0 \end{aligned}}$$

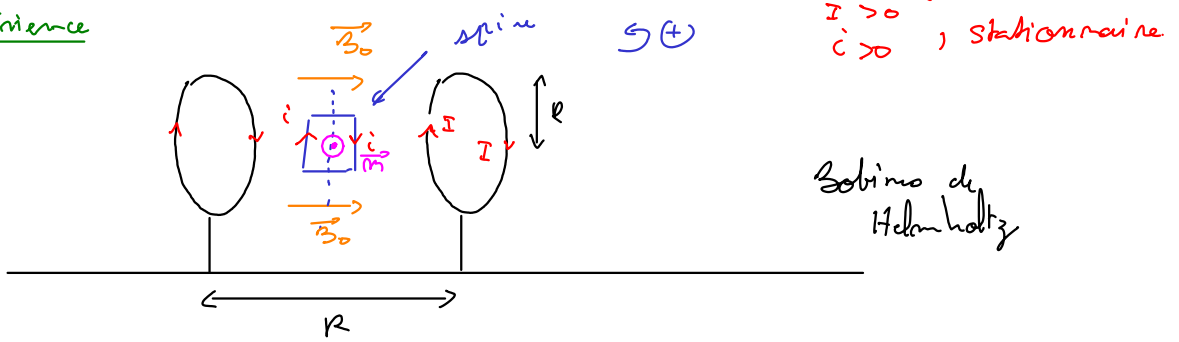
On peut montrer que le moment des actions mécaniques par rapport à G est nul.

Tant que le barreau est dans l'entrefer de l'aimant, il est en mouvement rectiligne accéléré.

Rem : en fait nous avons négligé le phénomène d'induction (ici auto-induction) (cours EN3) : notre raisonnement est incomplet.

2. Exemple de rotation : spire dans un champ magnétique uniforme.

2.1. Expérience



Les bobines de Helmholtz génère un champ magnétique uniforme au voisinage de la spire.

Observation :

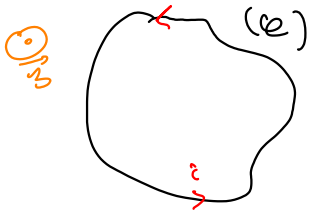
- la spire tourne d'un demi-tour vers le sens trigonométrique et se stabilise dans cette position après quelques oscillations
- si i ou I change de signe, même phénomène la rotation se faisant dans le sens horaire.

2.2. Interprétation qualitative

La spire se met en rotation sous l'action du champ magnétique \vec{B}_0

2.3. Moment de la force de Laplace

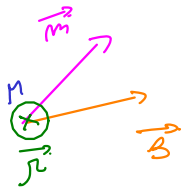
$$\vec{\tau}_{B_0}(\vec{F}_L) = \int_C \vec{OM} \wedge d\vec{F}_L(\vec{m}) = \int_C \vec{OM} \wedge (i \, d\vec{l} \wedge \vec{B}(\vec{m}))$$



Expression fastidieuse à utiliser.

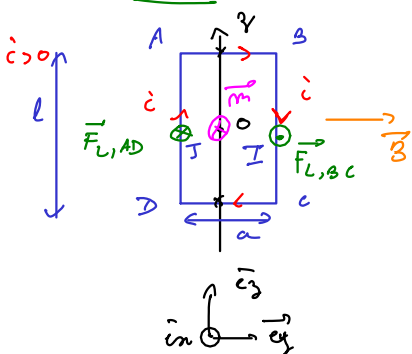
Il y a plus simple pour un dipôle magnétique telle que la spire

2.4. Moment subi par un dipôle magnétique dans un champ magnétique



$$\vec{\tau} = \vec{m} \wedge \vec{B}(\vec{m})$$

Preuve: cas particulier de la spire rectangulaire // \vec{B} uniforme



$$\vec{B} \parallel \vec{AB} \Rightarrow \vec{F}_{L,AB} = \vec{0}$$

$$\vec{B} \parallel \vec{DC} \Rightarrow \vec{F}_{L,DC} = \vec{0}$$

$$\vec{\tau}_{O_3} = \vec{\tau}_0 \cdot \vec{e}_3$$

$$\vec{\tau}_0 = \vec{OI} \wedge \vec{F}_{L,BC} + \vec{OJ} \wedge \vec{F}_{L,AD} \quad (\text{indép de } I, J \text{ et } 0)$$

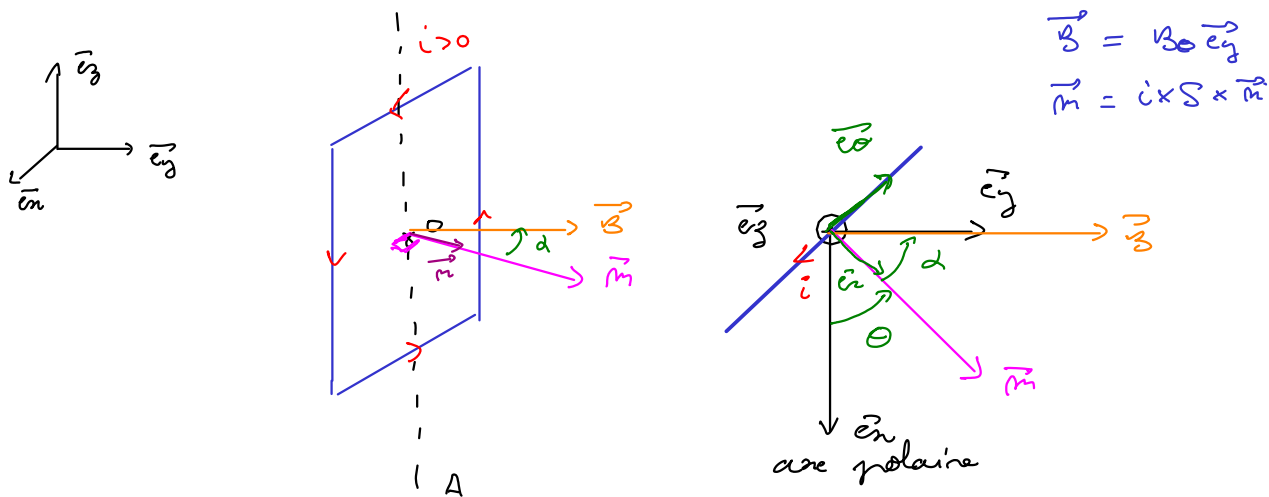
$$= \frac{a}{2} \vec{e}_2 \wedge i b l \vec{e}_1 - \frac{a}{2} \vec{e}_2 \wedge (-i b l \vec{e}_1)$$

$$\vec{\tau}_0 = -i b l a \vec{e}_3 = \vec{\tau}_0 = -i b S \vec{e}_3 \quad \text{avec } S = a l$$

$$\vec{\tau}_0 = m B \sin \alpha \vec{e}_3 \quad \text{avec } \alpha = \pi \quad \vec{\tau}_0 = \vec{m} \wedge \vec{B} \quad \text{avec } m = i S$$

généralisation

2.5. Mouvement et position d'équilibre de la spire.



La liaison pivot π autorise que la rotation autour de Oz .

① Syst : la spire de moment dipolaire Γ_{Oz}

② Rq : \mathcal{R} du labo, galiléen

③ Bilan des actions mécaniques :

– poids : $\Gamma_{Oz}(\vec{p}) = \overrightarrow{\mathcal{D}}_G(\vec{p}) \cdot \vec{e}_z = 0$

– effort de liaison : $\Gamma_{Oz}(\text{liaison}) = 0$ car nous supposons la liaison parfaite

– moment exercé par le champ \vec{B} :

$$\begin{aligned} \Gamma_{Oz} &= (\vec{m} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{e}_z = (iS \vec{e}_1 \wedge B \vec{e}_2) \cdot \vec{e}_z \\ &= \left(iS \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \wedge B \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \vec{e}_z \end{aligned}$$

$$\boxed{\Gamma_{Oz} = iBS \cos\theta}$$

④ Mouvement et position d'équilibre.

Théorème du moment cinétique par rapport à Oz :

$$\frac{dL_z}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} = iBS \cos\theta \Leftrightarrow \boxed{\Gamma_{Oz} \dot{\theta} - iBS \cos\theta = 0}$$

θ_0 d'équilibre :

$$* \dot{\theta} = 0 \Leftrightarrow \cos\theta = 0 \Leftrightarrow \theta = \pm \frac{\pi}{2}$$

la spire s'aligne sur le champ magnétique.

* stabilité :

– au voisinage de $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\Gamma_{Oz} \approx iBS \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \times \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$\Gamma_{Oz} \approx iBS \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

si $\theta > \frac{\pi}{2}$, $\Gamma_{Oz} < 0$
 si $\theta < \frac{\pi}{2}$, $\Gamma_{Oz} > 0$ } \Rightarrow ramène \vec{m} vers \vec{B} = pas d'eq stable

- au voisinage de $\theta = -\frac{\pi}{2}$ $\Gamma_{0z} \approx i\mu_0 S (\cos(\frac{\pi}{2}) - \sin(\frac{\pi}{2}) \times (\theta + \frac{\pi}{2}))$
 $\Gamma_{0z} \approx i\mu_0 S (\frac{\pi}{2} + \theta)$

si $\theta > -\frac{\pi}{2}$, $\Gamma_{0z} > 0$
 si $\theta < -\frac{\pi}{2}$, $\Gamma_{0z} < 0$ } \Rightarrow écart. \vec{m} de \vec{B} \Rightarrow pas d'eq. instable

\vec{m} tend à s'aligner et à s'orienter suivant le champ magnétique \vec{B} .

Mouvement :

$$J_y \ddot{\theta} - i\mu_0 S \cos\theta = 0$$

Rotation tq \vec{m} tend à s'aligner suivant \vec{B} .
 Stabilisation en $\theta = \frac{\pi}{2}$ si dissipation d'énergie.

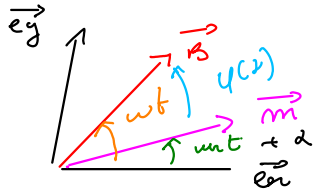
Mais comment obtenir un mouvement de rotation uniforme ?

3. Principe du moteur synchrone

3.1. Principe

Lorsque \vec{m} s'aligne suivant le champ magnétique \vec{B} , le couple $\vec{\tau}$ s'annule.

Idee : faire tourner \vec{B} de façon à ce que $\vec{m} \parallel \vec{B}$ ne soit jamais réalisé en régime établi.



Sous l'effet du couple $\vec{\tau} = \vec{m} \wedge \vec{B}$, le moment magnétique tourne.

On cherche une condition pour que $\langle \vec{\tau} \rangle \neq 0$ avec \vec{m} tournant à la pulsation ω_r .

3.2. condition de synchronisme et couple moyen

$$\vec{\tau} = \vec{m} \wedge \vec{B} = m B \sin \varphi(t)$$

$$\text{avec } \varphi(t) = \omega t - (\omega_r t - \alpha)$$

$$\langle \vec{\tau} \rangle = m B \langle \sin(\omega - \omega_r)t + \alpha \rangle \vec{e}_3$$

$$= 0 \text{ si } \omega \neq \omega_r$$

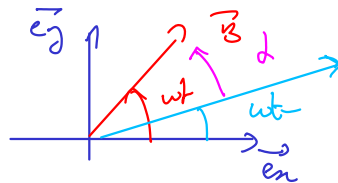
$$= \sin \alpha \text{ si } \omega = \omega_r.$$

Le couple exercé par le champ magnétique sur le moment magnétique dipolaire est non nul si $\omega = \omega_r$.

Alors :

$$\langle \vec{\tau} \rangle = m B \sin \alpha \vec{e}_3$$

le couple moyen est moteur si $\alpha > 0$, \Rightarrow le rotor (l'aiguille) est en retard sur le champ tournant.



$$\langle \vec{\tau} \rangle \text{ max pour } \alpha = \frac{\pi}{2}$$

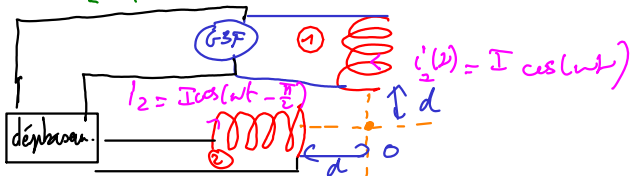
Voir expérience en vidéo.

3.3. Puissance mécanique

La puissance mécanique fournie par le rotor est :

$$P_m = \vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$$

3.4. Générer un champ tournant



Au point O , la bobine (1) engendre:

$$\vec{B}_1 = kI \cos(\omega t) \vec{e}_n$$

Au point O , la bobine (2) engendre:

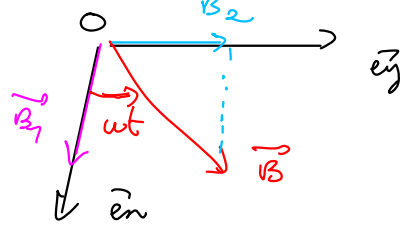
$$\vec{B}_2 = kI \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \vec{e}_y = kI \sin(\omega t) \vec{e}_y$$

Le champ total en O vaut:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$\Leftrightarrow \vec{B} = kI \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix} (\vec{e}_n, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

} champ magnétique tournant



3.5. Démarrage du moteur

Il faut réaliser la condition de synchronisme pour faire tourner \vec{m} .

→ démarrage par un moteur amène
ou

→ traîs progressivement la fréquence f depuis 0.