



# TP INFO 14 – RÉOLUTION D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

D.Malka – MPSI 2017-2018 – Lycée Saint-Exupéry

## I1 – Euler vs RK2

On souhaite résoudre une équation différentielle ordinaire du premier ordre vérifiée par la fonction  $y$  de la variable  $t$  :

$$\begin{cases} y' = f(y, t) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

1. Rappeler et implémenter le schéma numérique d'Euler explicite.
2. Estimer l'erreur de consistance  $e_i$  commise à l'itération  $i$  en fonction du pas d'intégration  $h$ . Quel est l'ordre de la méthode d'Euler explicite ?
3. Déterminer et implémenter un autre schéma numérique en estimant la dérivée non plus en  $(y_i, t_i)$  mais en  $(y_{i+1/2}, t_{i+1/2})$ . Ce schéma est le schéma de Runge-Kutta d'ordre 2.
4. Comparer les performances du schéma d'Euler et du schéma de Runge-Kutta d'ordre 2 sur un système différentiel classique.

## I2 – Tir de projectile

On sait que lors d'un tir de projectile dans le vide, quelque soit la valeur  $v_0$  de la vitesse initiale et quelque soit la masse  $m$  du projectile, la portée est maximale pour un angle  $\alpha$  de tir égal à  $\frac{\pi}{4}$ .

Cet angle dépend-il de la vitesse initiale  $v_0$  en présence de frottements ?

Sous forme de mini-projet, vous cherchez à répondre à ces questions dans le cas de frottement linéaires  $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$ . Les équations du mouvement s'écrivent alors :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -\lambda\dot{x} \\ m\ddot{y} = -\lambda\dot{y} - mg \end{cases}$$

Pour ce faire, vous chercherez dans l'ordre :

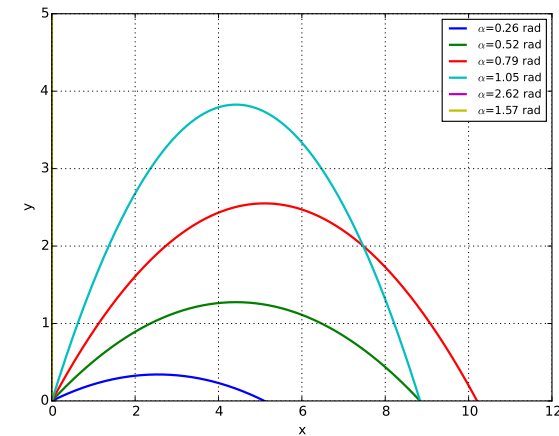


FIGURE 1 – Tir de projectile dans le vide

1. à résoudre les équations du mouvement et tracer la trajectoire du projectile pour des valeurs fixées de  $v_0$ ,  $m$  et  $\alpha$  ;
2. à déterminer la portée  $x_p$  du tir ;
3. à déterminer la valeur de l'angle de tir  $\alpha_m$  pour lequel la portée est maximale. On pourra tracer la courbe  $x_p = f(\alpha)$  ;
4. à étudier l'influence de  $v_0$  sur l'angle  $\alpha_m$  donnant une portée maximale. On tracera la courbe  $\alpha_m = f(v_0)$ .

*Vous observerez et chercherez à évaluer les erreurs de calculs des algorithmes. Une attention particulière sera portée à l'influence des différents pas de discrétisation. Vous évaluerez également systématiquement la complexité des fonctions mises en œuvre.*

Vous travaillerez avec les paramètres suivant :

- masse du projectile  $m = 1 \text{ kg}$ ,
- coefficient de frottement  $\lambda = 3,7 \text{ kg.s}^{-1}$ ,
- pesanteur  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,
- une vitesse initiale comprise entre  $1 \text{ m.s}^{-1}$  et  $20 \text{ m.s}^{-1}$

Le programme se voudra modulaire, scindé en courtes fonctions parmi lesquelles :

- une fonction `resol` résolvant le système d'équations différentielles et renvoyant la trajectoire sous la forme de deux listes `x` et `y`; cette fonction appellera `odeint` du module `scipy.integrate`;
- une fonction `portee` calculant et renvoyant la portée d'un tir;
- une fonction `maxi` renvoyant le maximum d'une liste et sa position dans la liste;
- toute autre fonction que vous jugerez utile.