TP Info 8 – Fonctions

D.Malka – MPSI 2016-2017 – Lycée Saint-Exupéry

I1 – Que fait le programme ?

1. Que réalisent les fonctions ci-dessous ?

```python
def fonction_1(f,x_0,e):
    """
    f: fonction
    x_0: flottant
    e: flottant, plus e est petit plus le resultat est precis
    """
    df=(f(x_0+e)-f(x_0))/e
    return df

def fonction_2(f,x):
    """
    f: fonction
    x: liste de flottants=intervalle de definition de f
    """
    derivee=[]
    for i in range(1,len(x)-1):
        x0=x[i]
        e=x[i+1]-x[i-1]
        df=fonction_1(f,x0,e)
        derivee.append(df)

    return derivee
```

2. Tester les fonctions sur la fonction mathématiques $f : x \mapsto x^2$.

I2 – Produit scalaire et produit vectoriel

1. Ecrire une fonction `prod_scalaire(v1,v2)` renvoyant le produit scalaire de deux vecteurs v_1 et v_2 passés en argument.
2. Même question pour le produit vectoriel (à trois dimensions).

I3 – Etude de la suite de Collatz

La suite de Collatz (dite aussi de Syracuse) est définie par une valeur arbitraire de u_0 et par la relation de récurrence suivante :

$$u_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{u_n}{2} & \text{si} \quad u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si} \quad u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

1. Définition de quelques fonctions.
   1.1 Ecrire une fonction `f_collatz` qui prend u_n en argument et renvoie u_{n+1}.
   1.2 Ecrire une fonction `vol_collatz` qui calcule le temps de vol v de la suite de collatz c'est-à-dire qui renvoie l'indice du premier terme de la suite de Collatz égal à 1. Cette fonction devra appeler la fonction `f_collatz`.
   1.3 Ecrire une fonction `liste_suite` qui renvoie la liste des N premiers termes de la suite d'une suite dont la relation de récurrence et le premier terme sont passés en argument.
   1.4 Enfin, écrire une fonction `evolution_temps_vol` qui construit et affiche le temps de vol de la suite en fonction de la valeur initiale u_0.
2. Etude de la suite de Collatz.
   2.1 Calculer le temps de vol de la suite de Collatz pour $u_0 = 343$ puis tracer le graphe de la suite sur son temps de vol.
   2.2 Pour différentes valeurs de u_0, examiner les vingt termes suivant le temps de vol v de la suite de Collatz. Quelle conjecture peut-on émettre ?
   2.3 Peut-on établir une corrélation entre le temps de vol de la suite et la valeur de u_0 ?

I4 – Autour des polynômes

Une façon de représenter en mémoire un polynôme $P(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ consiste à stocker ses coefficients a_i dans une liste P. $P[i]$ contient alors la valeur de a_i tandis que l'indice i est le degré du terme de coefficient a_i. Ainsi, par exemple, on représente le polynôme $P(x) = 2x^3 + 4x + 1$ par la liste $[1, 4, 0, 2]$.

1. Ecrire un algorithme simple (naïf) prenant en entrée la liste P représentative d'un polynôme et un réel x, et qui évalue $P(x)$.
2. Algorithme de Horner : la méthode d'évaluation d'un polynôme de Horner consiste à écrire le polynôme $P(x)$ de la façon suivante :

   $$P(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + x(a_3 + ...)))$$

   Cette méthode est nettement moins coûteuse car elle évite les exponentiations. Ecrire la fonction `Horner` qui calcule $P(x)$ suivant la méthode de Horner.
3. Multiplication de polynômes : écrire un algorithme calculant le produit de deux polynômes.