TP Info 9 – Preuves d'algorithmes

D.Malka – MPSI 2016-2017 – Lycée Saint-Exupéry

I1 – Factorielle (encore !)

L'algorithme suivant calcule la factorielle de l'entier naturel n :

Algorithme 1 : Calcul de n !

Entrées : entier naturel n
Sorties : entier naturel fact

c=0
fact=1
tant que $c<n$ **faire**
    c=c+1
    fact=fact*c
retourner *fact*

1. Montrer que l'algorithme termine.
2. Montrer que la proposition : $\mathcal{P}_i$: à l'itération i, fact $= i!$ est un invariant de boucle.
3. En déduire que l'algorithme renvoie le résultat attendu.

I2 – Etude d'un algorithme sur un tableau

1. Que fait l'algorithme 2 ?
2. Prouver sa terminaison.
3. Montrer que cet algorithme est correct.
4. Modifier l'algorithme pour qu'il renvoie aussi la position du maximum du tableau.
5. Implémenter cet algorithme en Python et le tester pour un jeu variables d'entrée.

Algorithme 2 : Que fait l'algorithme ?

Entrées : tableau de nombres réels de taille N
Sorties : maximum m du tableau

m=tableau[0]
pour *i de 1 à longueur(tableau)-1* **faire**
    si *tableau[i]>m* **alors**
        m=tableau[i]
retourner m

I3 – Division euclidienne

L'algorithme d'Euclide calcule le PGCD de deux entiers naturels a et b.

```python
def div_euclidienne(a,b):
    """
    a,b : int, dividende et diviseur a>=0 et 0<b<=a
    q,r : int, quotient et reste de la divison euclidienne de a par
        b
    """
    r=a
    q=0
    while r>=b:
        r=r-b
        q=q+1
    return q,r
```

1. Appliquer l'algorithme à 224 et 18.
2. Montrer que l'algorithme termine.
3. En exhibant un invariant de boucle, montrer que l'algorithme est correct.

I4 – Algorithme d'Euclide

L'algorithme d'Euclide calcule le PGCD de deux entiers naturels a et b.

Algorithme 3 : Calcul du PGCD de a et b

Entrées : entier naturel a, entier naturel b<a

Sorties : entier naturel dividende

```
dividende=a
diviseur=b
r=a%b
tant que r ≠ 0 faire
    dividende=diviseur
    diviseur=r
    r=dividende%diviseur
retourner diviseur
```

1. Appliquer l'algorithme à 147 et 33.
2. Montrer que l'algorithme termine.
3. Montrer que la proposition :

   L'ensemble des diviseurs communs à `dividende` et `diviseur` est l'ensemble des diviseurs communs à `a` et `b`

   est un invariant de boucle.
4. En déduire que le dernier reste non nul est bien le pgcd de a et b.