



TD M2 – DYNAMIQUE DU POINT MATÉRIEL

D.Malka – MPSI 2015-2016 – Lycée Saint-Exupéry

M1 – Tir d'un projectile

On considère un projectile M , en forme de boule, de masse $m = 1 \text{ kg}$ tiré dans l'air de masse volumique $\rho = 1,3 \text{ g.L}^{-1}$ avec une vitesse initiale \vec{v}_0 . Outre à son poids, le projectile est soumis à une force de traînée de la forme :

$$\vec{F} = -\lambda v \vec{v}$$

où $\lambda = 0,0367 \text{ u.S.I.}$ (dépendant entre autre de la forme du projectile) et \vec{v} la vitesse du projectile et v la norme de cette vitesse.

1. Déterminer l'unité légale de λ .
2. Ecrire l'équation vérifiée par la vitesse \vec{v} .
3. Montrer qu'au bout d'un temps suffisamment long, le projectile finit par atteindre une vitesse limite v_l dont on déterminera l'expression et la valeur numérique.
4. Par analyse dimensionnelle, dégager un temps caractéristique du problème.
5. Ecrire le système d'équations différentielles vérifié par les coordonnées x et y de M
6. Une résolution numériques de ces équations conduit au graphe fig.1 et fig.2. Commenter.

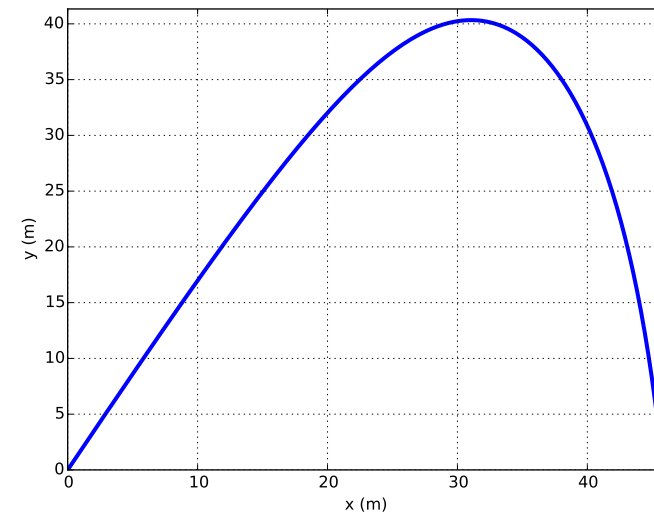


FIGURE 1 – Trajectoire du projectile

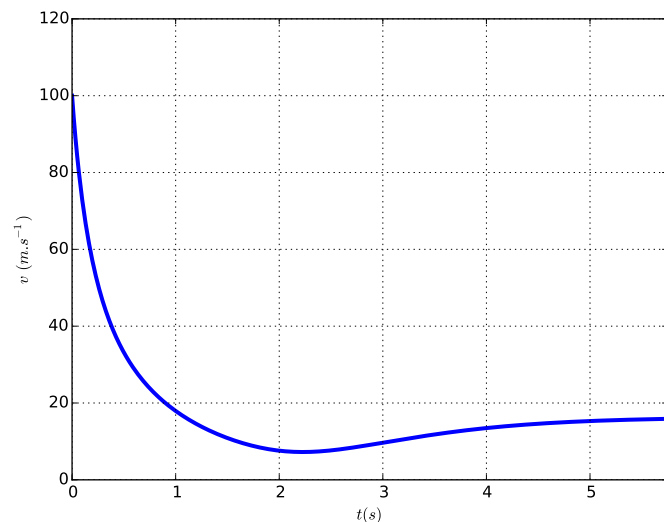


FIGURE 2 – Evolution de la vitesse du projectile au cours du mouvement

M2 – Saut d'une voiture sur une bosse

Une voiture de masse m , assimilée à un point matériel M , se déplace le long d'une route bosselée avec une vitesse de norme v constante. Une bosse est modélisée par un arc de cercle \widehat{BC} , de rayon R et d'angle d'ouverture 2α , prolongé par ses tangentes en B et en C (fig.3). Le référentiel terrestre est supposé galiléen. On se demande à quelle condition la voiture décolle du sol.

- Dégager, par analyse dimensionnelle, une vitesse caractéristique du problème.
- Vitesse de décollage. On admet que la voiture décolle au point où la norme de la réaction normale $\|\vec{N}\|$ s'annule.

2.1 Représenter la réaction tangentielle \vec{T} de la route sur la voiture. Dans quelle sens est-elle orientée? Pourquoi?

2.2 Déterminer l'équation du mouvement de la voiture

2.3 Montrer que $\vec{a} \cdot \vec{e}_r = \frac{v^2}{R}$.

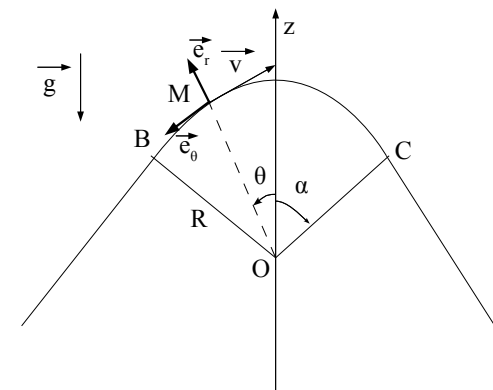


FIGURE 3 – Modélisation de la bosse

2.4 En déduire une condition sur la valeur de la vitesse v pour que la voiture décolle en θ .

3. On rappelle que v est constante. Si la voiture décolle, en quel point le fait-elle nécessairement?

M3 – Oscillateur amorti par frottement solide

On considère un palet de centre de masse M et de masse m attaché à un ressort (raideur k , longueur à vide l_v) dont l'autre extrémité est fixe dans le référentiel terrestre R , supposé galiléen (fig.4). Les composantes de la force \vec{R} de contact exercée par le plan sur le point M , \vec{N} et \vec{T} , sont reliées par les lois de Coulomb du frottement solide : tant que $\|\vec{T}\| < f\|N\|$ le palet ne glisse pas ($\vec{v} = \vec{0}$), s'il glisse ($\vec{v} \neq \vec{0}$) alors $\vec{T} = -f\|N\| \frac{\vec{v}}{v}$.

- Projeter les forces s'exerçant sur M dans la base cartésienne.
- Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la position $x(t)$ de M .
- Déterminer la position d'équilibre du système.
- On résout numériquement l'équation précédente. On obtient les résultats fig.5 et 6.
Commenter.

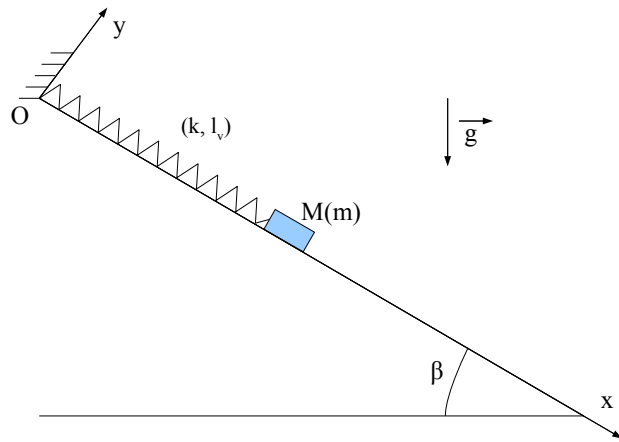


FIGURE 4 – Oscillateur amorti par frottement solide

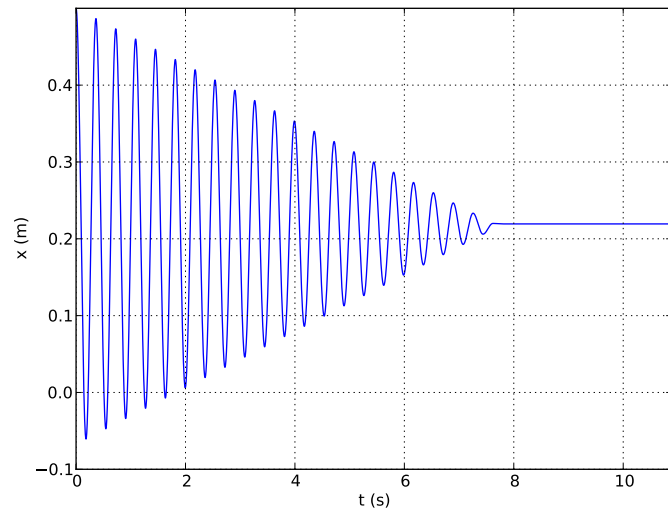


FIGURE 5 – Position de la masselotte au cours du temps

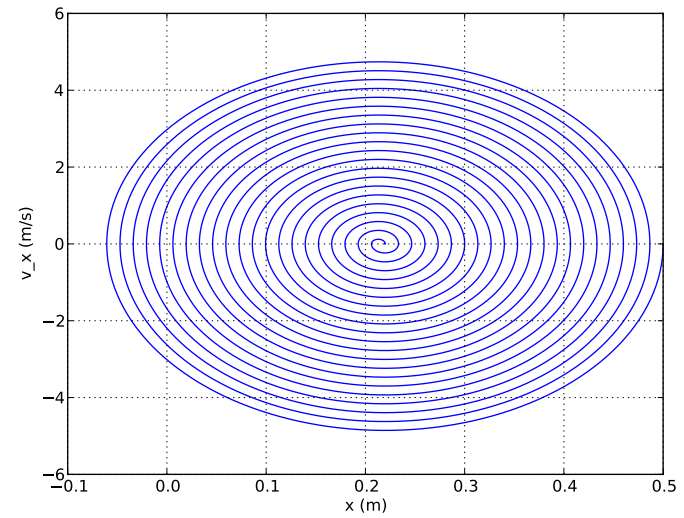


FIGURE 6 – Portrait de phase de l'oscillateur