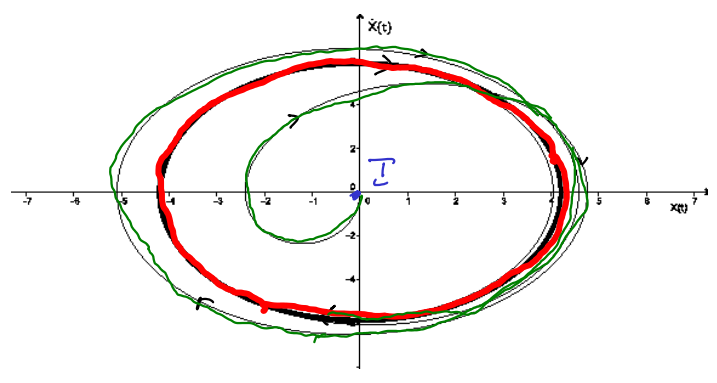


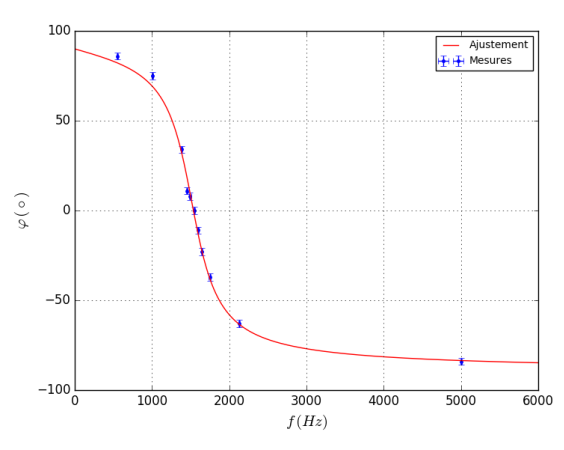
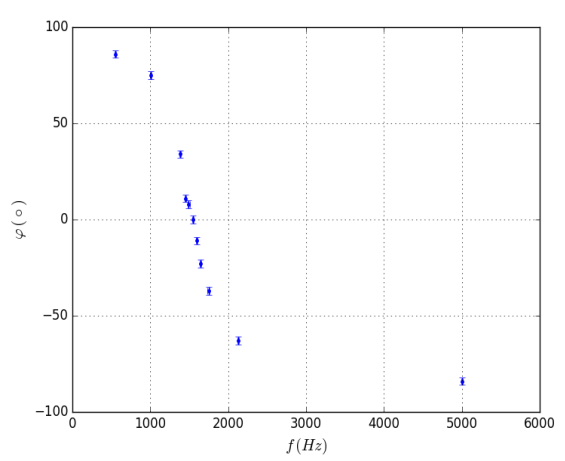
S1. Trajectoire de phase



— régime établi sinusoïdal

$$\begin{cases} x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi) \\ \dot{x}(t) = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$$
 → la trajectoire de phase est une ellipse
 — régime transitoire.
 I : état initial ($t=0$)

S2. Fréquence de résonance par étude du déphasage



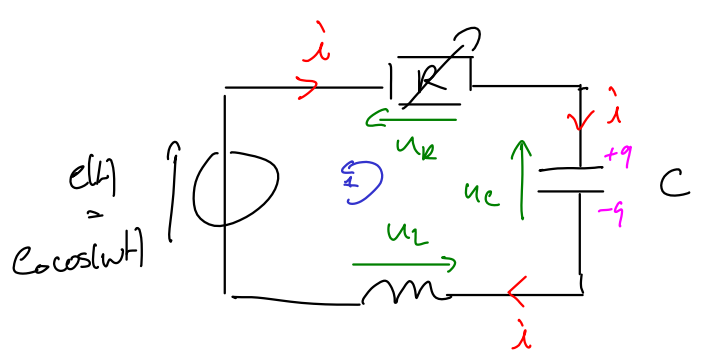
On ajuste les points expérimentaux par la fonction $\varphi = -a \arctan(Q(f_0 - f/f_0))$ issue du modèle. (On peut utiliser Régressio ou, comme ici, Python).

La modélisation donne, avec un intervalle de confiance de 95% :

$$f_0 = 1536 \pm 38 \text{ Hz}$$

$$Q = 3 \pm 1$$

S3. Résonance en charge du circuit RLC-série.



$C = 94 \mu\text{F}$
 $L = 100 \text{ mH}$
 R variable.

1/ Equation différentielle vérifiée par $q(t)$

②: $u_R + u_C + u_L = e(t)$ avec $u_R = Ri(t) = R\dot{q}(t)$

$\Leftrightarrow R\dot{q} + \frac{q}{C} + L\ddot{q} = e(t)$

$u_C = \frac{q(t)}{C}$

$\Leftrightarrow \ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{q}{LC} = \frac{e(t)}{L}$

$u_L = L \frac{di}{dt} = L\ddot{q}(t)$

$\Leftrightarrow \ddot{q} + 2\lambda\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{e(t)}{L}$ on pose $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

$2\lambda = \frac{R}{L}$

2/ $q(t) = q_m \cos(\omega t + \varphi)$.

$q_m = |q_m|$ avec $q_m = q_m e^{j\varphi}$ et $q(t) = q_m e^{j\omega t}$ qui vérifie:

$\ddot{q}(t) + 2\lambda\dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = \frac{e(t)}{L}$

$\Leftrightarrow -\omega^2 q_m e^{j\omega t} + 2\lambda j\omega q_m e^{j\omega t} + \omega_0^2 q_m e^{j\omega t} = \frac{e_0}{L} e^{j\omega t}$

$\Leftrightarrow q_m = \frac{e_0/L}{(\omega_0^2 - \omega^2) + 2j\lambda\omega}$

$\Rightarrow q_m = \frac{e_0/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\lambda\omega)^2}}$

3/ Résonance en charge? $\exists \omega_r \neq 0$ tq $q_m(\omega_r) = q_{max}$?

Etudions $P(\omega) = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2$ (Si $P(\omega_r)$ est un min, $q(\omega_r)$ est un max)

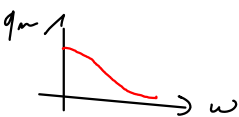
$P'(\omega) = 2 \times (-2\omega) \times (\omega_0^2 - \omega^2) + 8\lambda^2\omega = 4\omega [2\lambda^2 - \omega_0^2 + \omega^2]$

Résolvons: $2\lambda^2 - \omega_0^2 + \omega^2 \geq 0 \Leftrightarrow \omega^2 \geq \omega_0^2 - 2\lambda^2$ (*)

Cas 1: $\omega_0^2 - 2\lambda^2 < 0 \Leftrightarrow \lambda > \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ (fort amortissement)

Alors (*) est vérifiée pour tout $\omega \Rightarrow \forall \omega, P(\omega)' \geq 0$

$\Rightarrow P(\omega) \rightarrow$ sur $[0, +\infty[\Rightarrow q_m(\omega) \rightarrow$ sur $[0, +\infty[$.



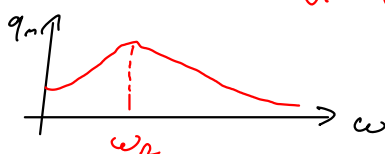
\nexists de résonance.

Cas 2: $\omega_0^2 - 2\lambda^2 \geq 0 \Leftrightarrow \lambda \leq \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ (faible amortissement) = ω_r

Alors (*) $\Leftrightarrow \omega \geq \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2} \Leftrightarrow \omega \geq \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2\lambda^2}{\omega_0^2}}$

ω	0	ω_r	$+\infty$
$P(\omega)$	-	0	+
$P'(\omega)$	\rightarrow		\rightarrow
$q(\omega)$	\nearrow		\searrow

\exists une résonance en charge pour $\omega = \omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2\lambda^2}{\omega_0^2}}$



34 - Pourquoi le ciel est-il bleu ?

1/③ S_{yst} : électron π (m, -e)

② Ref : terrestre S_r, galiléen

③ Inventaire des forces :

- force électrique : $\vec{F}_e = q\vec{E} = -e\bar{E}_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$

- force d'interaction moyen - \bar{e} : $\vec{F} = -kz \vec{e}_z$

- force de "frottement" : $\vec{f} = -h \dot{z} \vec{e}_z$, $h > 0$

④ 2^e loi de Newton appliquée à π dans S_r, galiléen.

$$m\vec{a} = \vec{f} + \vec{F} + \vec{F}_e \quad \text{avec } \vec{a} = \ddot{z} \vec{e}_z$$

En projection sur \vec{e}_z

$$m\ddot{z} = -h\dot{z} - kz - e\bar{E}_0 \cos \omega t$$

$$\Leftrightarrow \ddot{z} + \frac{h}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z = -\frac{e\bar{E}_0}{m} \cos \omega t$$

$$\text{On pose } 2\alpha = \frac{h}{m}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega_0^2 z = -\frac{e\bar{E}_0}{m} \cos \omega t$$

↑
dissipation
d'énergie.

↑
excitation
harmonique.

Atome

=
O. H soumis
à une
excitation
harmonique
(lumière)

2/ Régime établi = régime sinusoïdal.

$$z(t) = \underline{z}_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Cherchons \underline{z}_m et φ .

$$\underline{z}(t) = \underline{z}_m e^{j\omega t} \quad \text{avec} \quad \underline{z}_m = z_m e^{j\varphi}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{z}_m = |z_m| \\ \varphi = \arg \underline{z}_m \end{cases}$$

Déterminons \underline{z}_m .

z(t) vérifie :

$$\ddot{\underline{z}}(t) + 2\alpha \dot{\underline{z}}(t) + \omega_0^2 \underline{z}(t) = -\frac{e\tilde{E}_0}{m} e^{j\omega t}$$

$$\Rightarrow -\omega^2 \underline{z}_m + 2j\alpha\omega \underline{z}_m + \omega_0^2 \underline{z}_m = -\frac{e\tilde{E}_0}{m}$$

$$\Leftrightarrow \underline{z}_m = \frac{q\tilde{E}_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega}$$

On pose $x = \frac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow \underline{z}_m = \frac{-\frac{e\tilde{E}_0}{m\omega_0^2}}{1 - x^2 + \frac{2j\alpha}{\omega_0} x}$

On pose $z_0 = -\frac{e\tilde{E}_0}{m\omega_0^2} \Rightarrow \underline{z}_m = \frac{z_0}{1 - x^2 + \frac{2j\alpha}{\omega_0} x}$

Amplitude z_m :

$$z_m = |z_m| \Leftrightarrow$$

$$z_m = \frac{z_0}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{4\alpha^2 x^2}{\omega_0^2}}}$$

Remarque : $z_0 > 0$

3/ $a(\omega)$? $a(\omega) = |\underline{a}(\omega)|$

avec $\underline{a}(\omega) = \ddot{\underline{z}}(\omega) = -\omega^2 \underline{z}_m$

$$\Rightarrow \underline{a}(\omega) = \frac{-\omega^2 z_0}{(1-x^2)^2 + \frac{2j\alpha}{\omega_0} x}, \quad z_0 = \frac{-e\tilde{E}_0}{m\omega_0^2} = \frac{a_0}{\omega_0^2}$$

$$\Rightarrow \underline{a}(\omega) = -\frac{\omega^2 \omega_0^2 a_0}{1-x^2 + \frac{2j\alpha}{\omega_0} x}$$

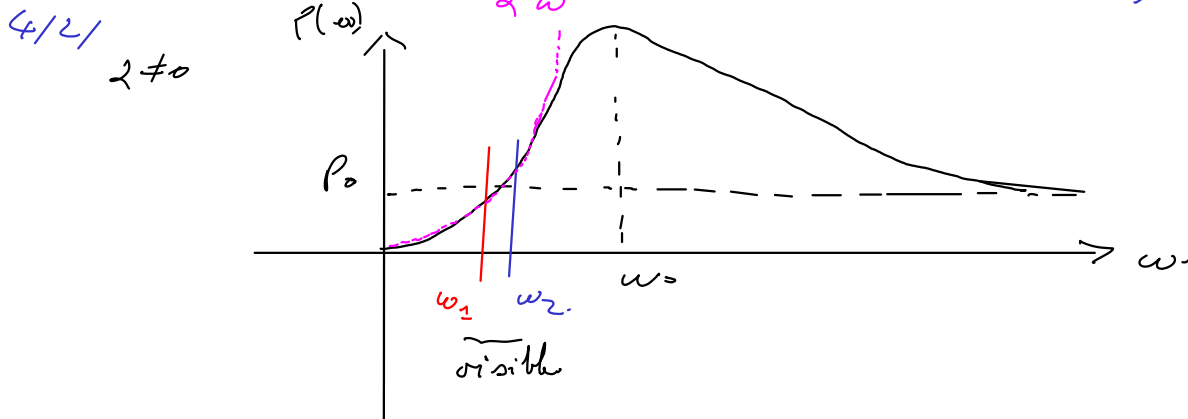
$$\Rightarrow \underline{a}(\omega) = \frac{-a_0}{\frac{1}{x^2} - 1 + \frac{2j\alpha}{\omega_0 x}}$$

$$\Rightarrow a(\omega) = \frac{|a_0|}{\sqrt{(1-\frac{1}{x^2})^2 + \frac{4\alpha^2}{\omega_0^2} \times \frac{1}{x^2}}}$$

$\alpha \ll \omega_0$: très faible dissipation d'énergie

$$\Rightarrow \frac{4\alpha^2}{\omega_0^2} \ll 1 \quad ; \quad a(\omega) \approx \frac{|a_0|}{\sqrt{(1 - \frac{1}{2}\alpha^2)^2}}$$

$$4/1/ \quad P(\alpha) = \mu a(\omega)^2 \Leftrightarrow P(\alpha) = \frac{\mu a_0^2}{(1 - \frac{1}{2}\alpha^2)^2}$$



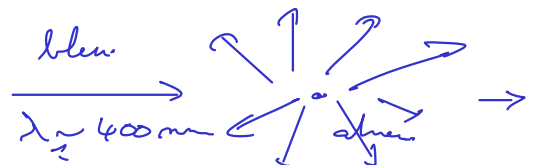
visible : $\tau(\omega_1, \omega_2)$ $\hookrightarrow \omega_1, \omega_2 \ll \omega_0 \Rightarrow \alpha \ll 1$
 ↑ range ↑ violet

$$P(\alpha) = \frac{\mu a_0^2}{(1 - \frac{1}{2}\alpha^2)^2} \quad ; \quad \frac{1}{2}\alpha^2 \gg 1$$

$$\Rightarrow P(\omega) \approx \frac{\mu a_0^2}{(-\frac{1}{2}\alpha^2)^2} \Leftrightarrow \boxed{P(\omega) \approx \mu a_0^2 \alpha^4}$$

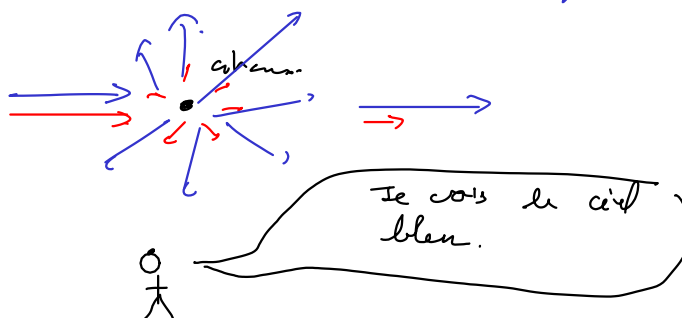
4.3/ Pourquoi le ciel est bleu ;

$$\alpha = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \Rightarrow \boxed{P(\lambda) = \mu_0 a_0^2 \lambda_0^4 \times \frac{1}{\lambda^4}}$$



$$P_2 = \mu_0 a_0^2 \lambda_0^4 \frac{1}{\lambda_2^4}$$

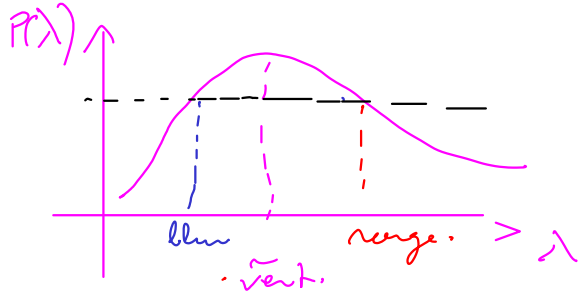
$$P_1 = \mu_0 a_0^2 \lambda_0^4 \frac{1}{\lambda_1^4}$$



Critique du modèle

- ① Le ciel devrait être violet car λ violet $\ll \lambda$ bleu
Les abeilles voient le ciel ultra-violet
↳ dépend du récepteur de la lumière.
 $R(\lambda)$

- ② Dépend du spectre solaire :



La couleur du ciel dépend des intensités relatives des \neq radiations composant le spectre solaire -