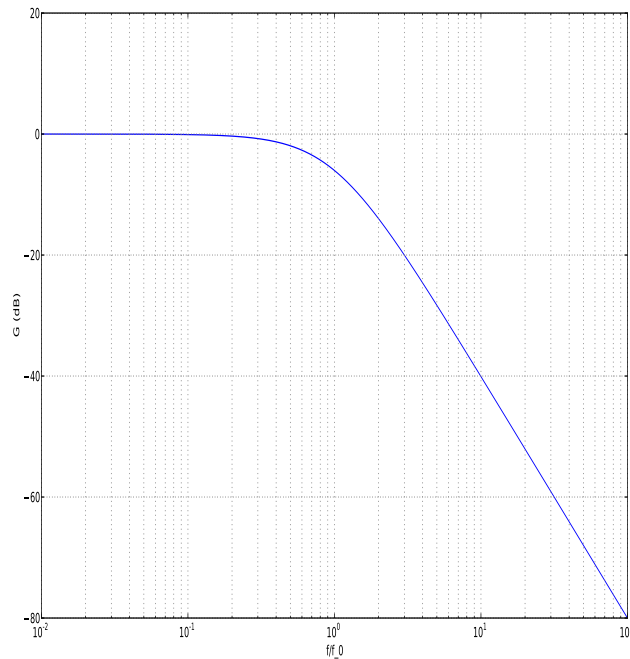


COURS S13

FILTRAGE ANALOGIQUE LINÉAIRE



David Malka

D.Malka – MPSI 2015-2016 – Lycée Saint-Exupéry

<http://www.mpsi-lycee-saint-exupery.fr>



Table des matières

1	Approche expérimentale	2
1.1	Effet d'un filtre linéaire sur un signal sinusoïdal	2
1.1.1	La réponse est linéaire	2
1.1.2	Effet sur l'amplitude	2
1.1.3	Effet sur la phase	2
1.2	Effet d'un filtre linéaire sur un signal polychromatique – Notion de filtrage	2
1.2.1	Filtrage	2
1.2.2	Influence des caractéristiques du filtres	2
2	Rappel : décomposition d'un signal périodique en série de Fourier	2
2.1	Décomposition d'un signal périodique en série de Fourier	2
2.2	Spectre en fréquence	2
3	Un exemple de filtre : le filtre RC passe-bas	2
3.1	Représentation en tant que quadripôle	2
3.2	Comportement asymptotique	2
3.3	Fonction de transfert	2
3.3.1	Définition	2
3.3.2	Expression	2
3.3.3	Fréquence de coupure et bande passante à -3 dB	2
3.3.4	Effets du filtre sur quelques signaux	2
3.4	Diagrammes de Bode	2
3.4.1	Echelle logarithmique	2
3.4.2	Diagramme de Bode pour l'amplitude	2
3.4.3	Diagramme de Bode pour la phase	2
3.5	Caractère intégrateur à haute fréquence	2
4	Quelques filtres – Exploitation de la fonction de transfert et des diagrammes de Bode	2
4.1	Ordre d'un filtre	2
4.2	Intégrateur parfait	2
4.3	Dérivateur parfait	2
4.4	Filtre passe-bas	2
4.4.1	Filtre passe-bas parfait	2
4.4.2	Filtre passe-bas d'ordre 1	2
4.4.3	Filtre passe-bas d'ordre 2	2
4.5	Filtre passe-haut	2
4.5.1	Filtre passe-haut parfait	2
4.5.2	Filtre passe-haut d'ordre 1	2
4.6	Filtre passe-bande	2
4.6.1	Filtre passe-bande parfait	2
4.6.2	Filtre passe-bande d'ordre 2	2
5	Filtres en cascade	2

Table des figures

1	Effet d'un filtre RC passe-bas de fréquence de coupure $f_c = 500\text{ Hz}$ sur le signal d'entrée $e(t) = 10 \cos(2\pi f_1 t) + 5 \cos(2\pi f_2 t)$ avec $f_1 = 100\text{ Hz}$ et $f_2 = 2\text{ kHz}$. La composante harmonique $f_1 \ll f_c$ est peu atténuée tandis que la composante harmonique $f_2 > f_c$ est notablement atténuée.	3
(a)	Signal bruité	3
(b)	Spectre du signal bruité	3
(c)	Signal filtré	3
(d)	Spectre du signal filtré	3
2	Décomposition en série de Fourier d'un signal triangulaire.	4
(a)	5 premières harmoniques non nulles du signal triangulaire	4
(b)	Somme des 5 premières harmoniques non nulles du signal triangulaire	4
(c)	Somme des 1000 premières harmoniques non nulles du signal triangulaire	4
3	Filtre intégrateur parfait	5
4	Filtre dérivateur parfait	5

5	Filtre passe-bas parfait	6
6	Filtre passe-bas d'ordre 1	6
7	Filtre passe-bas d'ordre 2	7
8	Filtre passe-bas parfait	7
9	Filtre passe-haut d'ordre 1	8
10	Filtre passe-bas parfait	8
11	Filtre passe-bande d'ordre 2	9

Capacités exigibles

1. Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales.
2. Etablir par le calcul la valeur efficace d'un signal sinusoïdal.
3. Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour conduire l'étude de la réponse d'un système linéaire à un signal à une ou deux composantes spectrales.
4. **Mettre en oeuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.**
5. Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.
6. Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyennneur, intégrateur, ou dérivateur.

1 Approche expérimentale

1.1 Effet d'un filtre linéaire sur un signal sinusoïdal

1.1.1 La réponse est linéaire

1.1.2 Effet sur l'amplitude

1.1.3 Effet sur la phase

1.2 Effet d'un filtre linéaire sur un signal polychromatique – Notion de filtrage

1.2.1 Filtrage

1.2.2 Influence des caractéristiques du filtres

2 Rappel : décomposition d'un signal périodique en série de Fourier

2.1 Décomposition d'un signal périodique en série de Fourier

2.2 Spectre en fréquence

3 Un exemple de filtre : le filtre RC passe-bas

3.1 Représentation en tant que quadripôle

3.2 Comportement asymptotique

3.3 Fonction de transfert

3.3.1 Définition

3.3.2 Expression

3.3.3 Fréquence de coupure et bande passante à -3 dB

3.3.4 Effets du filtre sur quelques signaux

Effet sur un signal monochromatique

Effet sur un signal périodique

3.4 Diagrammes de Bode

3.4.1 Echelle logarithmique

3.4.2 Diagramme de Bode pour l'amplitude

Expression du gain en décibels

Diagramme de Bode

Diagramme de Bode asymptotique

3.4.3 Diagramme de Bode pour la phase

Expression de la phase

Diagramme de Bode

Diagramme de Bode asymptotique

3.5 Caractère intégrateur à haute fréquence

4 Quelques filtres – Exploitation de la fonction de transfert et des diagrammes de Bode

4.1 Ordre d'un filtre

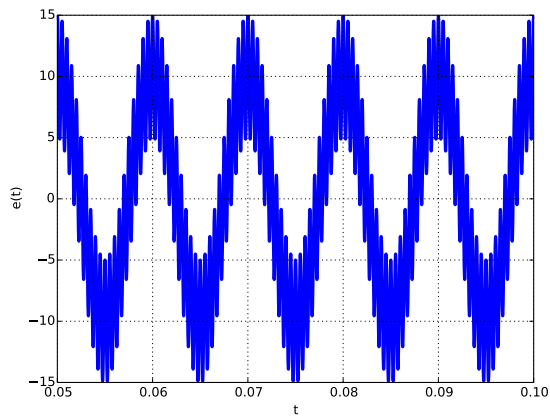
4.2 Intégrateur parfait

4.3 Dérivateur parfait

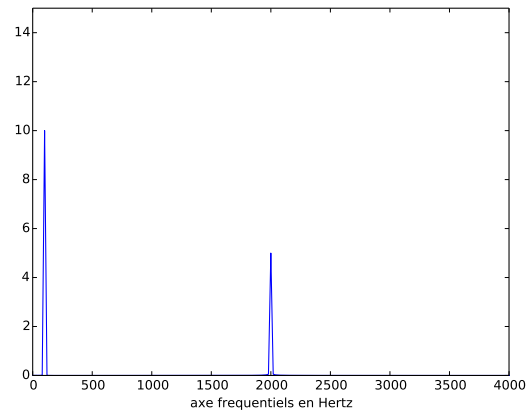
4.4 Filtre passe-bas

4.4.1 Filtre passe-bas parfait

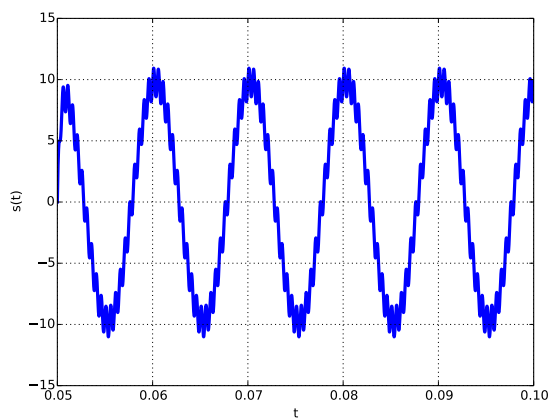
4.4.2 Filtre passe-bas d'ordre 1



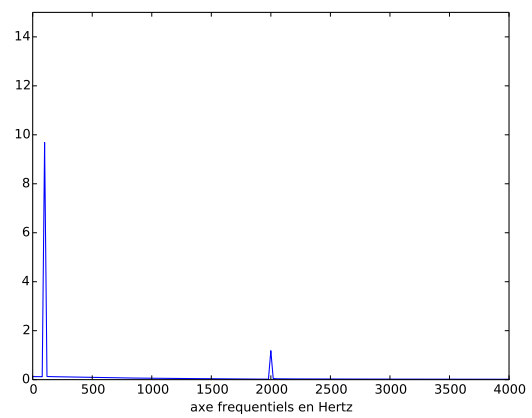
(a) Signal bruité



(b) Spectre du signal bruité

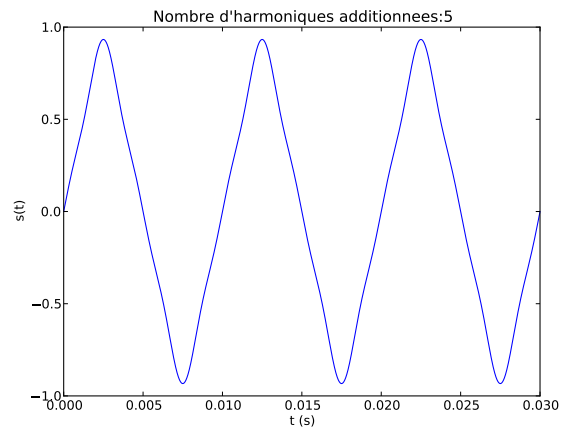
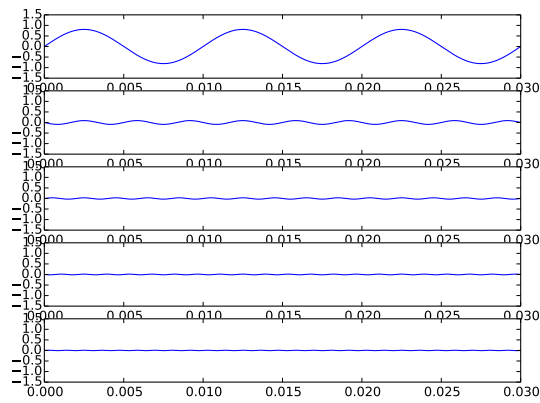


(c) Signal filtré

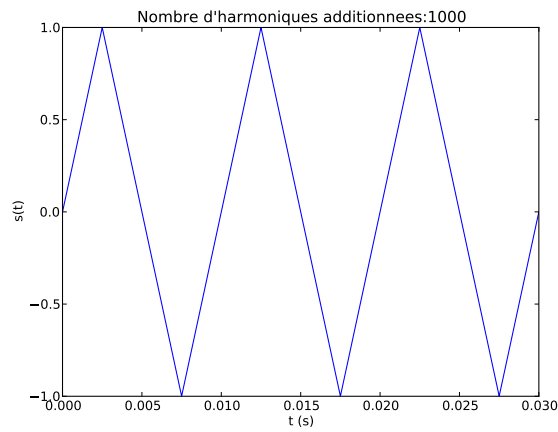


(d) Spectre du signal filtré

FIGURE 1 – Effet d'un filtre RC passe-bas de fréquence de coupure $f_c = 500 \text{ Hz}$ sur le signal d'entrée $e(t) = 10 \cos(2\pi f_1 t) + 5 \cos(2\pi f_2 t)$ avec $f_1 = 100 \text{ Hz}$ et $f_2 = 2 \text{ kHz}$. La composante harmonique $f_1 \ll f_c$ est peu atténuée tandis que la composante harmonique $f_2 > f_c$ est notablement atténuée.



(a) 5 premières harmoniques non nulles du signal triangulaire (b) Somme des 5 premières harmoniques non nulles du signal triangulaire



(c) Somme des 1000 premières harmoniques non nulles du signal triangulaire

FIGURE 2 – Décomposition en série de Fourier d’un signal triangulaire.

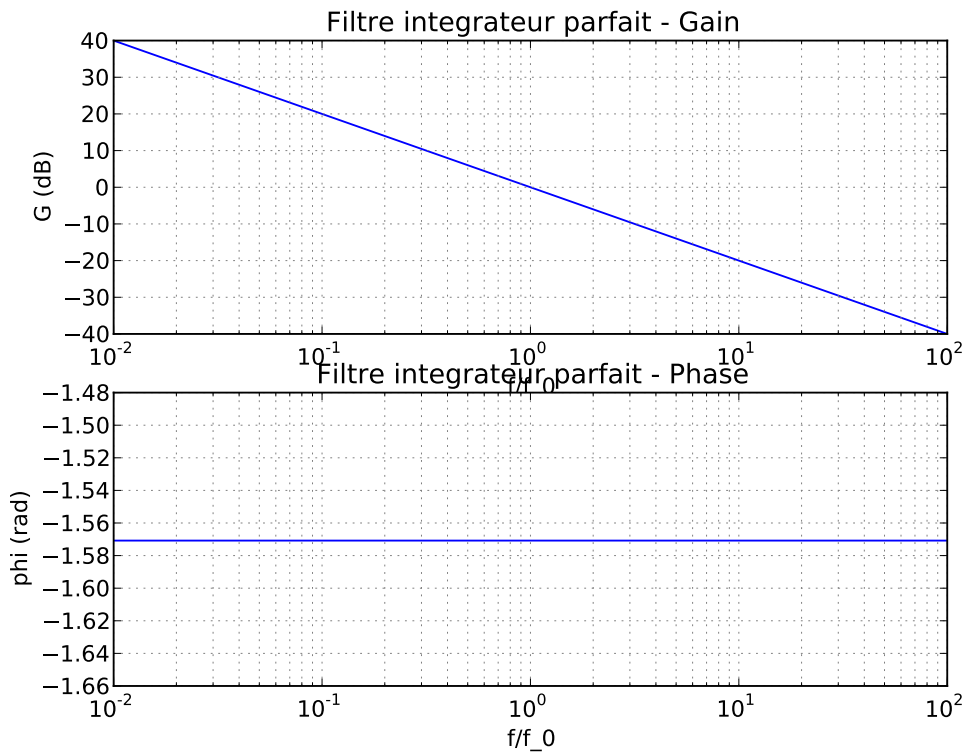


FIGURE 3 – Filtre intégrateur parfait

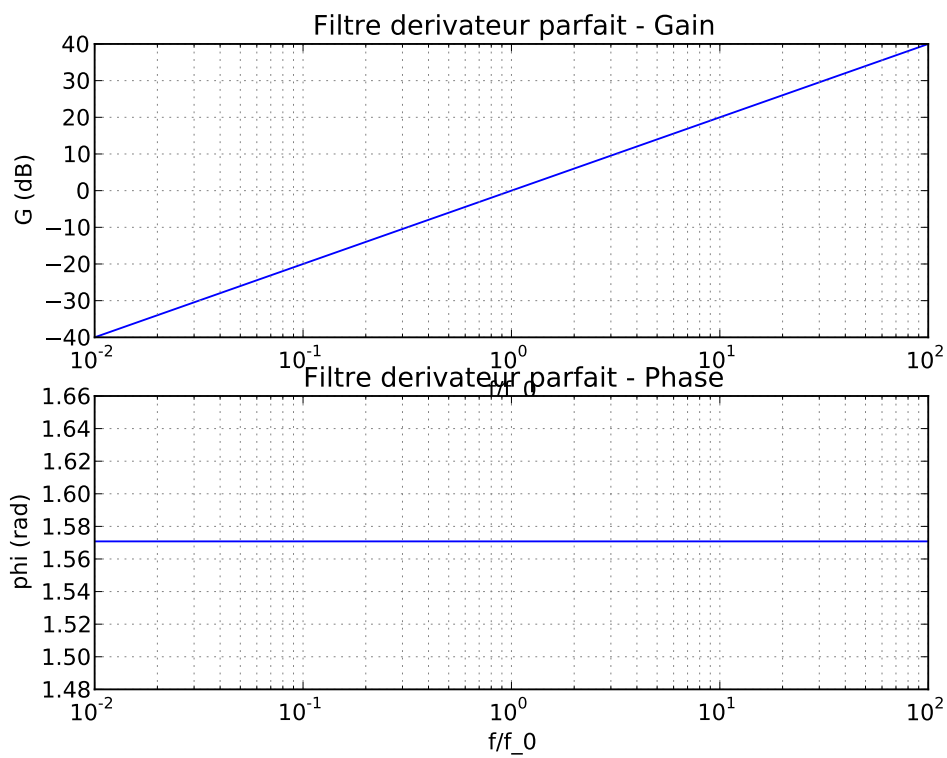


FIGURE 4 – Filtre dérivateur parfait

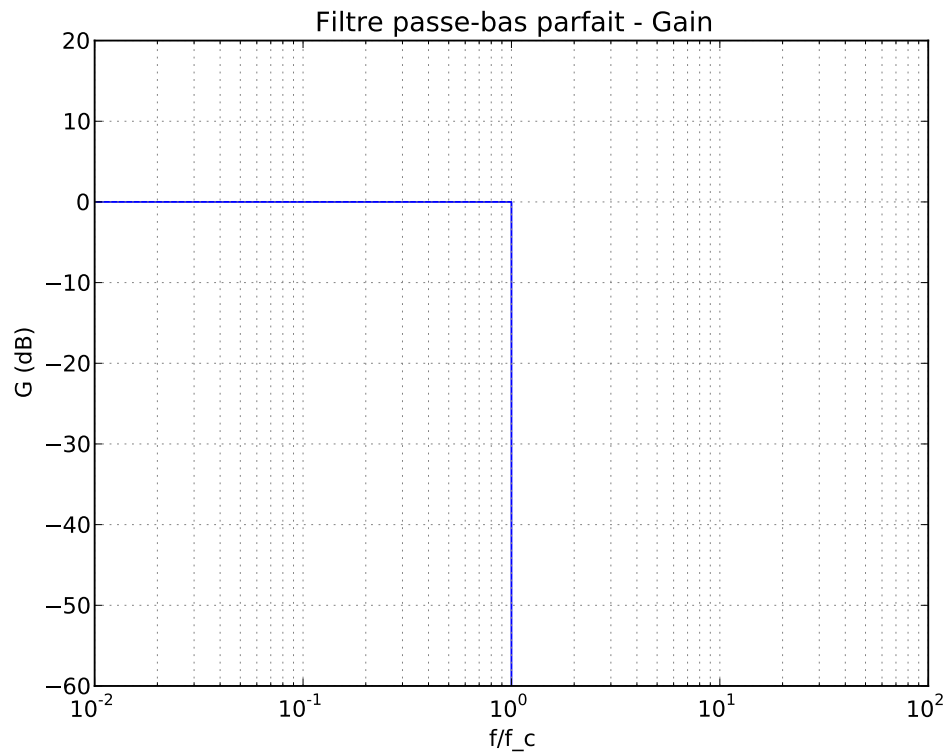


FIGURE 5 – Filtre passe-bas parfait

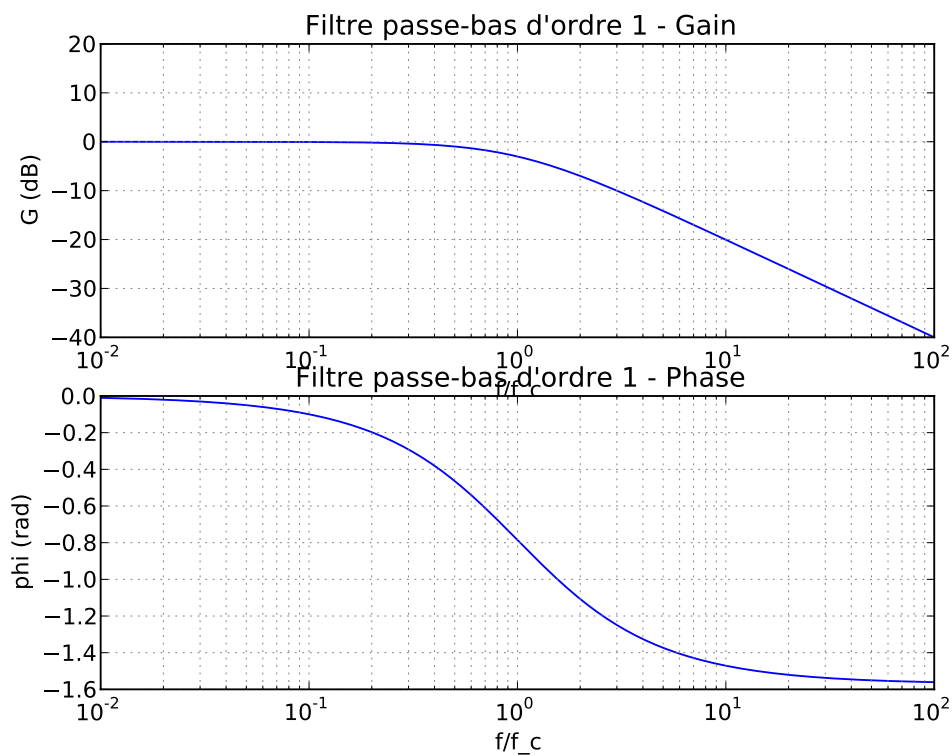


FIGURE 6 – Filtre passe-bas d'ordre 1

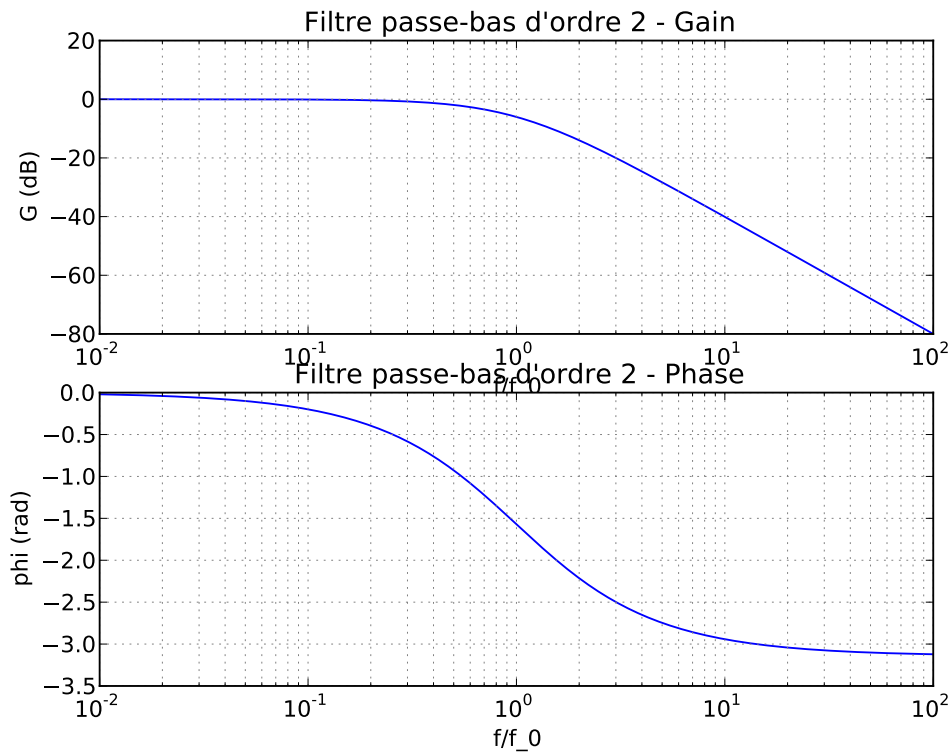


FIGURE 7 – Filtre passe-bas d'ordre 2

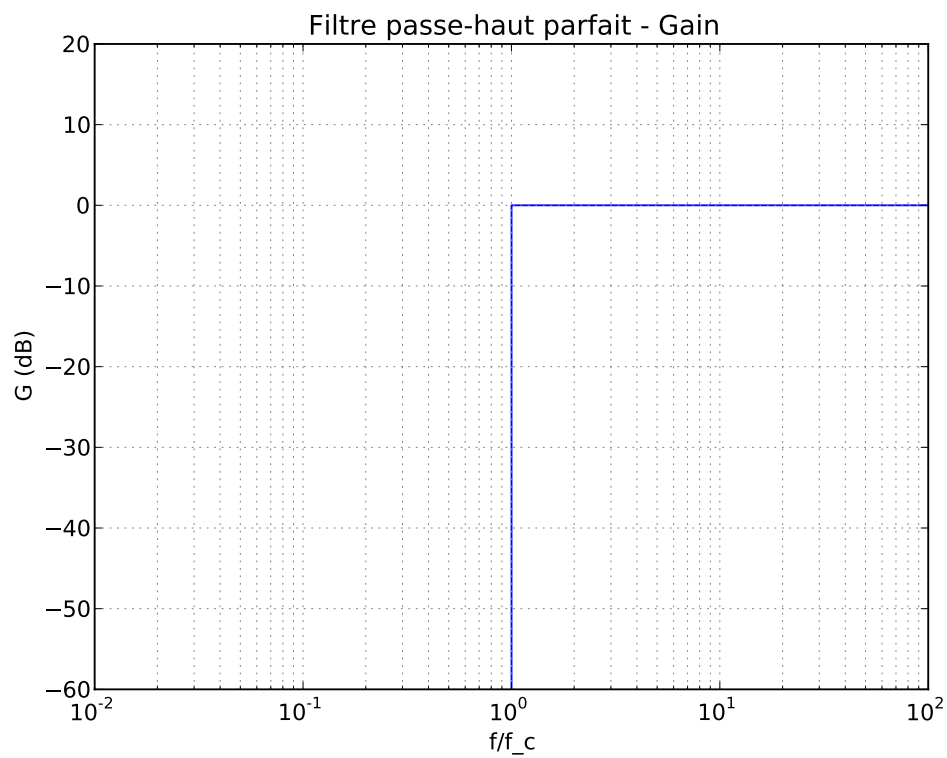


FIGURE 8 – Filtre passe-bas parfait

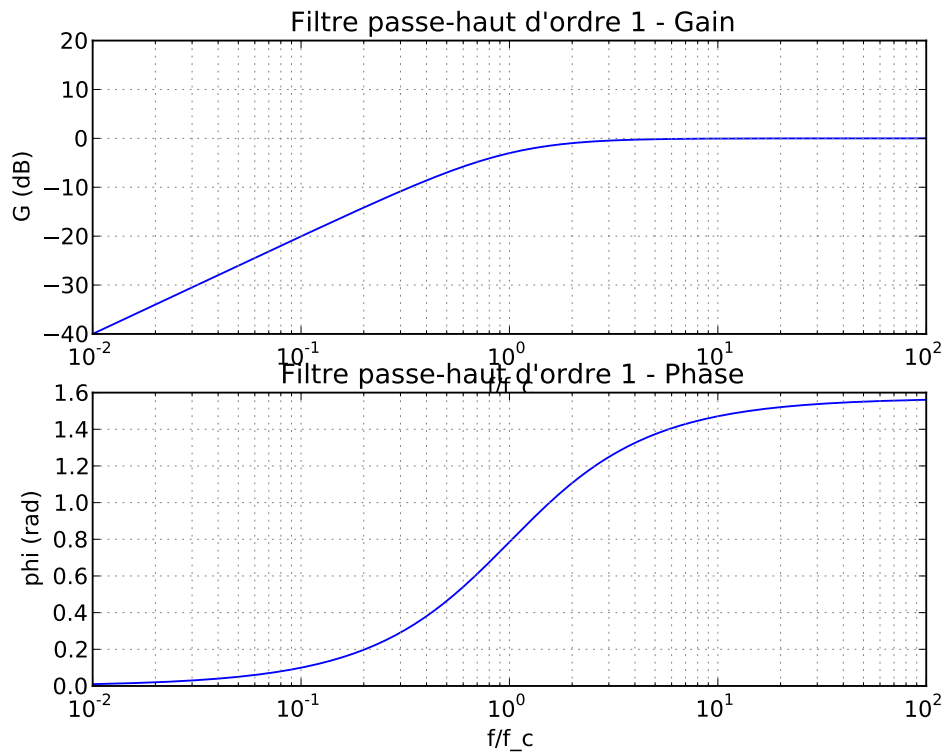


FIGURE 9 – Filtre passe-haut d'ordre 1

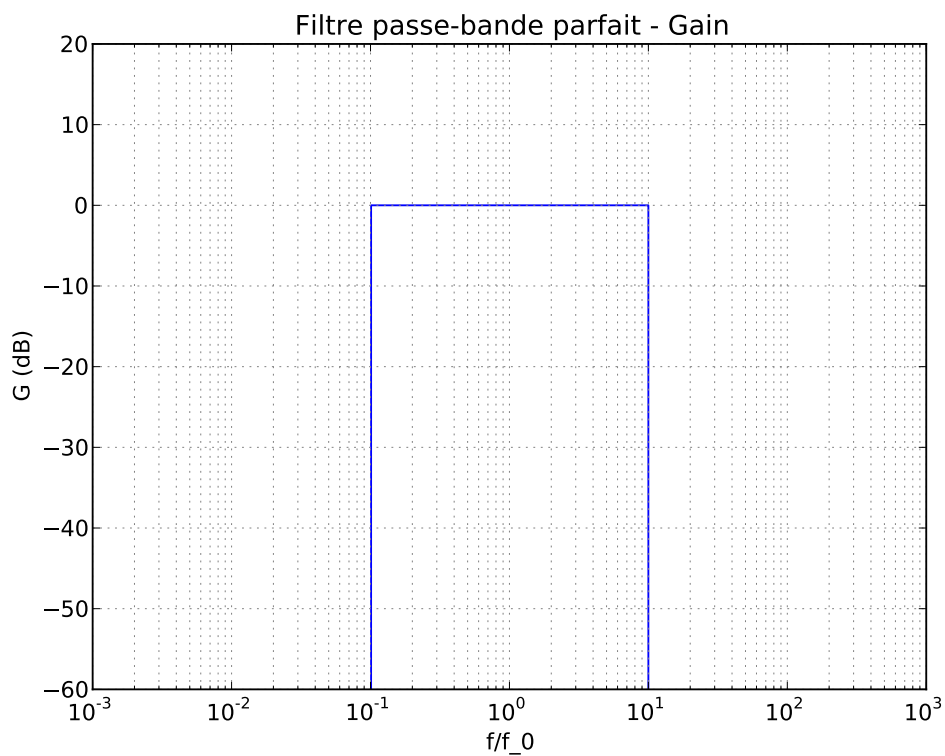


FIGURE 10 – Filtre passe-bas parfait

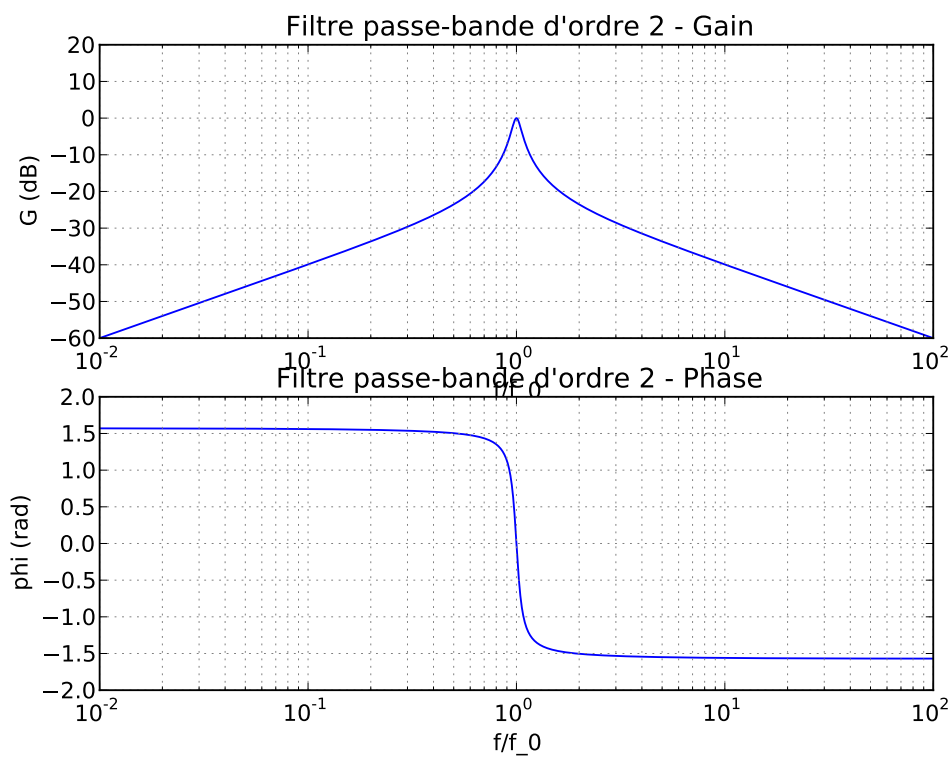


FIGURE 11 – Filtre passe-bande d'ordre 2