



## DEVOIR SURVEILLÉ 4 – PHYSIQUE-CHIMIE

D.Malka – MPSI 2017-2018 – Lycée Saint-Exupéry

21.12.2017

Durée de l'épreuve : 4h00

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 6 pages + 1 annexe

- Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.
- La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.
- Les pages doivent être numérotées de la façon suivante :  $n$  °page courante/nombre total de pages.

### Problème 1 – Autour de l'eau de Javel

La désinfection des eaux de piscine fait encore largement appel au chlore et à ses dérivés. L'objet du problème suivant est d'aborder quelques aspects de ce traitement.

Données :

- Numéro atomique du chlore  $Z_{Cl} = 17$ .
- Equation d'état du gaz parfait :  $pV = nRT$  où  $p$  est la pression du gaz,  $V$  le volume du gaz,  $T$  la température du gaz et  $n$  la quantité de matière du gaz.
- Masses molaire :  $M_H = 1,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $M_O = 16,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $M_{Cl} = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .
- Potentiel-Hydrogène d'une solution aqueuse :  $pH = -\log\left(\frac{[H_3O^+]}{c^\circ}\right)$  avec  $c^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  la concentration standard.

#### 1. L'élément chlore

- 1.1 Donner la structure électronique de l'atome de chlore dans son état fondamental.
- 1.2 A quelle famille appartient le chlore ? Citer un autre élément de cette famille.
- 1.3 Donner la représentation de Lewis du dichlore  $Cl_2$  et l'acide hypochloreux  $HClO$  (agent actif de l'eau de Javel).

#### 2. L'eau de Javel

L'eau de Javel est une solution aqueuse équimolaire d'ions  $Cl^-$  et  $ClO^-$ . Le degré chlorométrique désigne le nombre de litres de dichlore qui peuvent être libérés par l'addition d'acide chlorhydrique en quantité non limitante à un litre d'eau de Javel dans les conditions normales de température et de pression (273 K, 1,013 bar).

- 2.1 À quelle quantité de matière de dichlore libérable correspond un litre d'eau de Javel commerciale à 48 « degrés chlorométriques » ?
- 2.2 Déterminer alors la concentration en  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$  en ions  $ClO^-$  de cette eau de Javel.

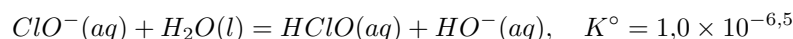
#### 3. Décontamination des eaux de piscine par l'eau de Javel

Les composés organiques azotés, tel que l'urée, peuvent être détruits par les ions  $ClO^-$  (dit chlore potentiel) et surtout par son acide conjugué, l'acide hypochloreux,  $HClO$  (appelé chlore actif). Pour ce faire, dans le bassin de décontamination de volume  $V_b = 60 \text{ m}^3$  d'une piscine, on introduit de l'eau de Javel commerciale à 48 degrés chlorométriques (soit  $[ClO^-] = 2,14 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ).

- 3.1 Déterminer le volume d'eau de Javel commerciale à verser dans le bassin pour apporter 10 mg d'ions  $ClO^-$  par litre d'eau.

3.2 **Rapidement, 90% de cette quantité est consommée par réaction avec les déchets organiques contenus dans l'eau.** Calculer, en  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ , la concentration résiduelle en  $[\text{ClO}^-]_i$  ions hypochlorite .

3.3 L'ion  $\text{ClO}^-$  est une base et réagit donc avec l'eau suivant l'équation de réaction :



Déterminer la concentration en  $\text{HClO}$  à l'équilibre.

3.4 Sachant que :



Déterminer le  $pH$  de la solution à l'équilibre.

3.5 Les normes imposent de diminuer ensuite le  $pH$  jusqu'à 7,5 par ajout d'ions  $\text{H}_3\text{O}^+$ . Qualitativement, quel est l'impact de cet ajout sur la concentration en acide hypochloreux. Justifier rigoureusement.

## Problème 2 – Modèle de Winkessel du système cardiovasculaire

On cherche à décrire de manière globale le système artériel du corps humain.

### 1. Modèle électrique du système artériel

Le cœur joue le rôle de pompe permettant au sang de s'écouler à travers le réseau de vaisseaux sanguins. Il communique avec le réseau artériel via la valve systolique.

Les premières théories, modélisant le débit sanguin dans le système artériel, considèrent les parois de l'aorte et des grosses artères élastiques, comme une « capacité » apte à stocker transitoirement une certaine quantité sanguine. Le réseau artériel est également caractérisé par sa résistance à l'écoulement dont l'on rend compte par sa résistance hydraulique équivalente  $R$ .

Ces modèles globaux de la circulation sanguine permettent d'opérer une analogie avec un circuit électrique moyennant les analogies explicitées fig.1.

Modèle hydraulique	Modèle électrique
Volume du sang $V$	Charge électrique $q$
Débit volumique $D = \frac{dV}{dt}$	Intensité électrique $i = \frac{dq}{dt}$
Pression $p$	Potentiel électrique $\phi$

FIGURE 1 – Analogies entre système cardiovasculaire et circuit électrique

On peut alors représenter le système artériel par le circuit fig.2.

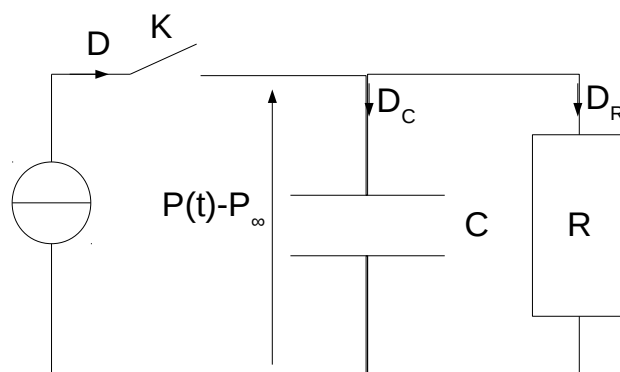


FIGURE 2 – Modèle de Winkessel du système artériel.  $P(t)$  est la pression de l'aorte,  $P_\infty$  est la pression asymptotique au bout du système artériel.  $D$  est le débit volumique sanguin, supposé stationnaire, en provenance du ventricule gauche. L'interrupteur  $K$  modélise la valve aortique du ventricule gauche :  $K$  est ouvert lorsque la valve est fermée et réciproquement.

- 1.1 Sur le schéma fig.2, que modélise la générateur de courant ? L'interrupteur ?
- 1.2 Par une analogie, proposer une relation entre  $R$ ,  $D_R$  et  $\Delta P = P - P_\infty$ .
- 1.3 Justifier la relation suivante :

$$D_C = C \frac{dP}{dt}$$

## 2. Battements du cœur

Grossièrement, le cycle cardiaque se divise en deux grandes phases : la systole et la diastole.

- Durant la systole, la valve aortique est ouverte : en se contractant, le ventricule gauche du cœur expulse du sang dans l'aorte plus vite qu'il ne peut s'écouler en raison des résistances périphériques. Il en résulte une augmentation de pression jusqu'à un maximum appelé *pression systolique*. On note  $t_s$  la durée de la systole.
- Durant la diastole, le ventricule gauche du cœur se relâche. La valve aortique se referme et l'aorte se vide du sang qu'elle a emmagasiné vers le reste du réseau. La pression diminue et atteint un minimum appelé *pression diastolique* juste avant une nouvelle contraction. On note  $t_d$  la durée de la diastole.

2.1 **Diastole.** A  $t = t_s$ , c'est le début de la diastole. On note  $P_m = P(t_s)$ .

2.1.1 Quel est l'état de l'interrupteur  $K$  pendant la diastole ?

2.1.2 Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la pression  $P(t)$ . On posera  $\tau = RC$ .

2.1.3 Déterminer l'expression de  $P(t)$  durant la diastole en fonction de  $P_m$ ,  $P_\infty$  et  $\tau$ .

2.2 **Systole.** On pose  $t = 0$  au début de la systole. On pose  $P(t = 0) = P_0$ .

2.2.1 Quel est l'état de l'interrupteur  $K$  durant la systole ?

2.2.2 Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la pression  $P(t)$ . On posera  $\tau = RC$ .

2.2.3 En déduire l'expression de  $P(t)$  en fonction de  $P_0$ ,  $P_\infty$ ,  $D$ ,  $R$  et  $\tau$  durant la systole.

2.3 Représenter la pression artérielle  $P(t)$  en fonction du temps durant deux battements cardiaques. Faire apparaître les durées  $t_s$ ,  $t_d$  et  $T$  respectivement de la systole, de la diastole et d'un battement cardiaque ainsi que les pressions  $P_0$  et  $P_m$ .

2.4 Exprimer la pression systolique  $P_m$  et la pression la pression diastolique  $P_0$  en fonction de  $P_\infty$ ,  $D$ ,  $R$ ,  $\tau$ ,  $T$  et  $t_s$ .

2.5 Calculer  $P_m$  et  $P_0$  en  $mmHg$  pour  $C = 6,03 \cdot 10^{-9} m^3 \cdot Pa^{-1}$ ,  $R = 1,265 \cdot 10^8 Pa \cdot s \cdot m^{-3}$ , une fréquence cardiaque de  $70 \text{ batt/min}$ ,  $t_s = 0,33 s$ ,  $D = 260 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot s^{-1}$  et  $P_\infty = 7 mmHg$ . On rappelle que  $1 mmHg = 136 Pa$ .

2.6 En moyenne les pressions systolique diastolique normales en  $cmHg$  sont  $P_m/P_0 = 12/8$ . Commenter.

2.7 L'expérience donne des résultats ayant l'allure des courbes fig.3. Commenter.

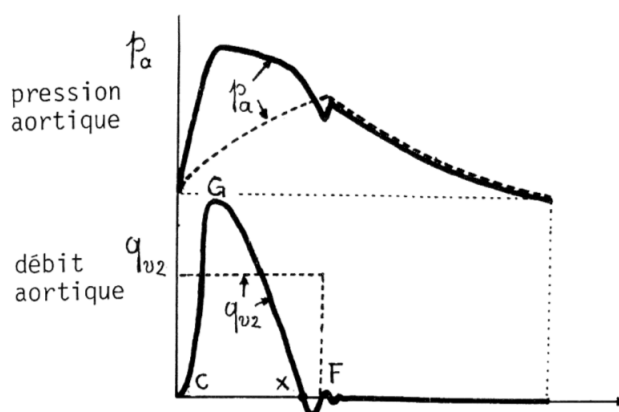


FIGURE 3 – Variation normales de la pression artérielle et du débit sanguin aortiques au cours d'un battement cardiaque. En pointillé le modèle de Winkess, en gras la courbe expérimentale.

### Problème 3 – Centres colorés dans les cristaux ioniques

Les cristaux ioniques sont constitués d'un arrangement tri-dimensionnel périodique d'anions et des cations. Soumis à des rayons X, un anion peut être éjecté du cristal, laissant une lacune dans le réseau périodique. Cette lacune très électronégative peut alors piéger un électron : un centre coloré est formé (fig.4).

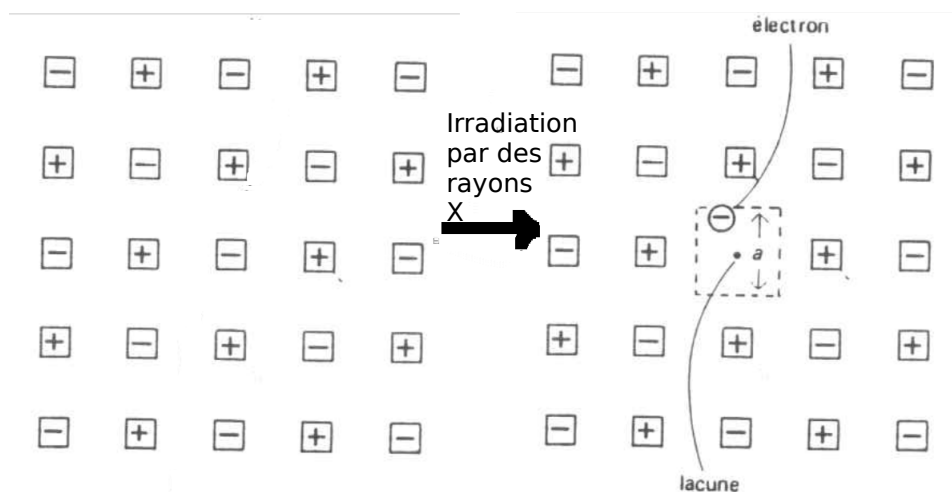


FIGURE 4 – Centre coloré dans un cristal ionique

Données :

- masse de l'électron  $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$  kg,
- constante de Planck  $h = 6,63 \times 10^{-34}$  J · s,
- définition de l'électron-Volt  $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}$  J.

1. Dans un premier temps, on modélise la lacune par un puits de potentiel infini 1-D (fig.5) de largeur  $a$ . L'électron est confiné dans ce puits.

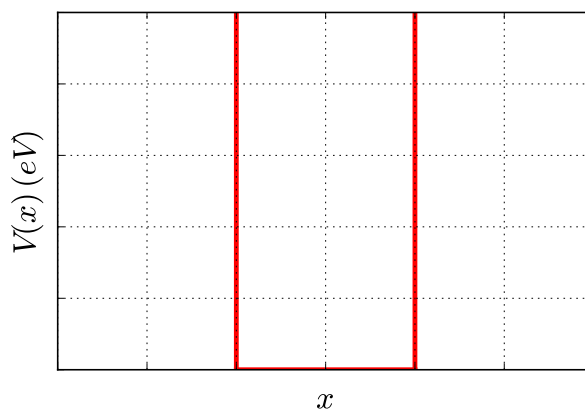


FIGURE 5 – Puits de potentiel infini 1-D

- 1.1 Enoncer la relation de de Broglie.
- 1.2 Par analogie avec la corde vibrante, quelles sont les longueurs d'onde autorisées pour l'électron ?
- 1.3 En déduire le spectre en énergie  $E_n$  du centre coloré.
2. En fait le puits est tri-dimensionnelle. L'électron se comporte alors de manière analogue à trois cordes vibrantes indépendantes confinées sur une longueur  $a$ . Exprimer le spectre en énergie en fonction de trois entiers  $n, m$  et  $p \in \mathbb{N}^*$ .
3. A partir des données fig.6 :
  - 3.1 Déterminer la longueur d'onde puis la couleur du rayonnement de luminescence du chlorure de sodium  $\text{NaCl}$  contenant des centres colorés ?

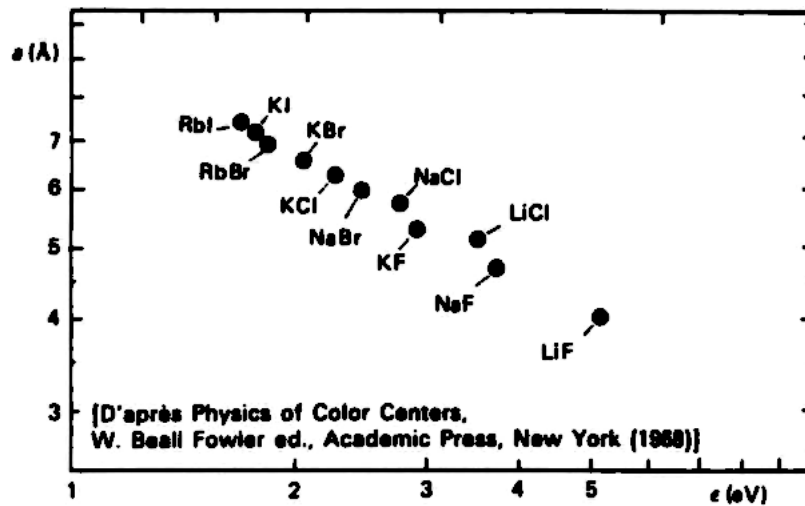


FIGURE 6 – Propriétés des centres colorés des cristaux ioniques.  $a$  est la taille de la lacune en Angström ( $1\text{\AA} = 0,1\text{ nm}$ ),  $\lambda$  la longueur d'onde du rayonnement émis par le cristal lorsqu'on l'illumine avec de la lumière blanche (luminescence) et  $E$  l'énergie des photons correspondant en électron-Volt.

- 3.2 Existe-t-il une transition énergétique de l'électron correspondant à ce rayonnement ?
- 3.3 En fait, après absorption d'un photon, la lacune se déforme, l'électron se désexcite en émettant un photon et enfin la lacune reprend sa forme initiale (fig.7). Pour simplifier, on suppose que la lacune se déforme d'un facteur  $\delta_0$  : sa taille passe de  $a$  à  $b = \delta_0 a$ . Déterminer  $\delta_0$  afin que le modèle précédent puisse rendre compte des valeurs expérimentales.

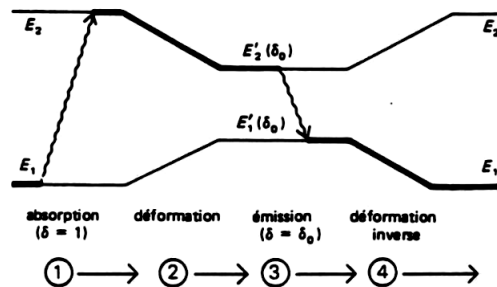


FIGURE 7 – Absorption - Déformation - Réémission

- 3.4 A votre avis, que devient alors, l'excédent d'énergie capté par le centre coloré ?

## Problème 4 – Point de fonctionnement d'une diode

On considère une diode dont la caractéristique, en convention récepteur, est représentée fig.9.  
La loi de fonctionnement d'une diode est :

$$i_d = I_s \left( \exp \left( \frac{eU_d}{\eta k_B T} \right) - 1 \right)$$

1. La diode est-elle un dipôle linéaire ?
2. La diode est alimentée par un générateur de Thévenin (fig.8) de force électromotrice  $e = 3\text{ V}$  et de résistance de sortie  $R_s = 50\ \Omega$ . Représenter graphiquement le point de fonctionnement du circuit sur la feuille annexe. **Joindre l'annexe à la copie.**

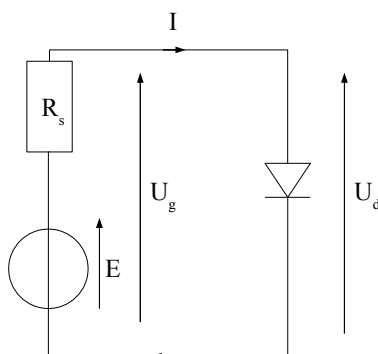


FIGURE 8 – Diode alimentée par un générateur de Thévenin

3. Sur un intervalle de tension que l'on précisera, la caractéristique de la diode peut-être linéarisée et s'écrire :

$$U_d = U_s + r_d \cdot i$$

Déterminer graphiquement les valeurs de  $r_d$  et  $U_s$ .

4. Déterminer alors analytiquement le point de fonctionnement du circuit dans le cadre du modèle linéaire de la diode.
5. Comparer le résultat précédent à :
  - la résolution numérique approchée du point de fonctionnement : (2,145 V, 17,22 mA),
  - la résolution graphique précédente.
6. L'intensité maximale supportée par la diode est  $I_{max} = 400\text{ mA}$ . Déterminer la tension  $U$  aux bornes de la diode, quand elle est traversée par cette intensité de courant et en déduire la puissance maximale  $P_{max}$  admissible par la diode. On considérera l'approximation linéaire satisfaisante pour ce point de fonctionnement.

**ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE**

NOM :

PRENOM :

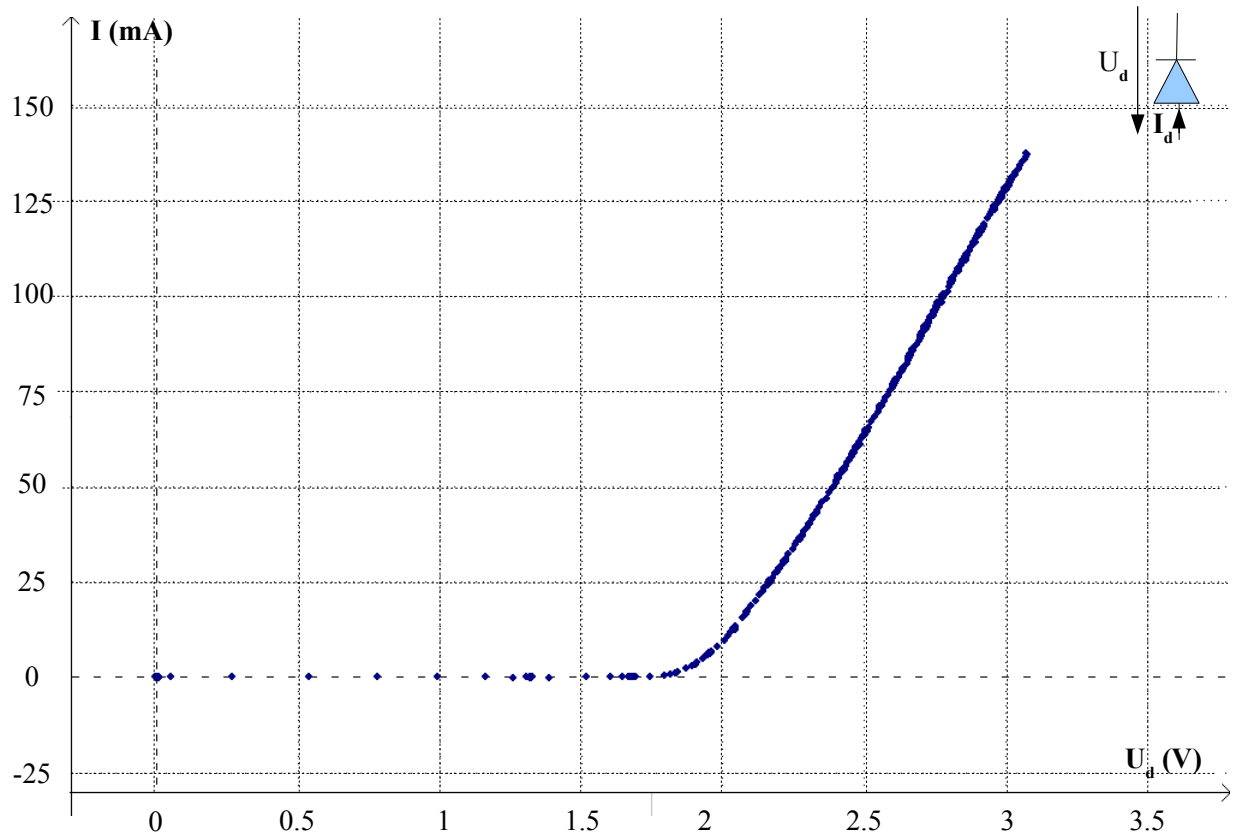


FIGURE 9 – Caractéristique d'une diode