



DEVOIR SURVEILLÉ 5 – PHYSIQUE-CHIMIE

D.Malka – MPSI 2017-2018 – Lycée Saint-Exupéry

26.01.2018

Durée de l'épreuve : 4h00

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 9 pages.

- Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.
- La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.
- Les pages doivent être numérotées de la façon suivante : n °page courante/nombre total de pages.

Problème 1 – Mesure des caractéristiques d'un oscillateur harmonique électrique

Le problème comprend deux parties indépendantes. Dans la première, on étudie les caractéristiques d'un oscillateur harmonique via une excitation sinusoïdale. Dans la deuxième partie, la détermination des caractéristiques de l'oscillateur se fait par étude de la réponse indicelle.

1. Etude en régime sinusoïdal

Un générateur sinusoïdal alimente un circuit RLC constitué d'un condensateur de capacité $C = 0,1 \mu F$, d'une bobine réelle d'auto-inductance L et de résistance r inconnues, placés en série avec une résistance $R = 480 \Omega$.

Le générateur est un générateur basse fréquence de résistance interne $R_g = 50 \Omega$ délivrant un signal sinusoïdal de pulsation ω et de f.é.m. efficace E :

$$e(t) = E\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

A toute grandeur réelle $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ est associée une grandeur complexe :

$$\underline{u}(t) = U_m \exp(j\omega t + \varphi) = \underline{U} \exp(j\omega t)$$

avec $j^2 = -1$ et $\underline{U} = U_m \exp(j\varphi)$, l'amplitude complexe.

L'intensité circulant dans le circuit est $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \psi)$. Le montage est donné fig.1.

- 1.1 Donner l'expression complexe de la tension $e(t)$ ainsi que celle de $i(t)$.
- 1.2 La valeur efficace d'un signal quelconque $s(t)$ est donnée par $s_{eff} = \sqrt{\langle s^2 \rangle}$ où $\langle s^2 \rangle$ désigne la moyenne temporelle de s^2 . Si on considère la tension $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$, montrer qu'on peut écrire $u_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\underline{u}|$ où $|\underline{u}|$ est le module de \underline{u} .

Comment peut-on mesurer expérimentalement une tension efficace ?

- 1.3 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur. Mettre cette équation sous forme canonique en posant $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $Q = \frac{L\omega_0}{R + r + R_g}$.
- 1.4 Donner l'expression théorique de l'amplitude complexe \underline{U}_C associée à la tension aux bornes du condensateur en fonction des caractéristiques des composants. Mettre \underline{U}_C sous la forme canonique :

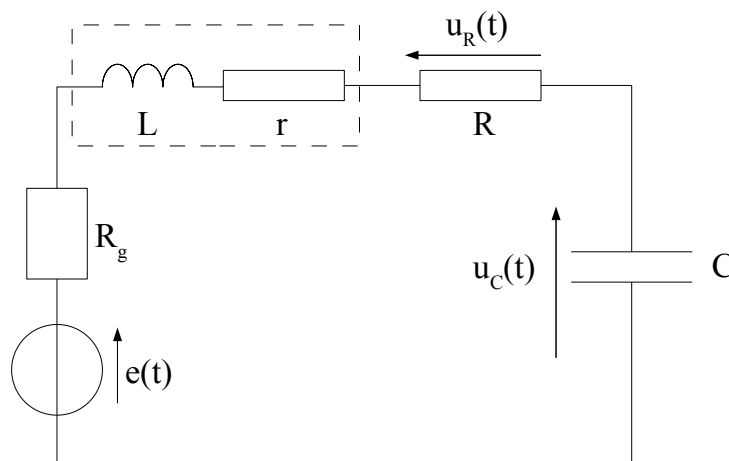


FIGURE 1 – Circuit RLC série

$$\underline{U}_C = \frac{A}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{\omega_0 Q}}$$

où on exprimera A en fonction des données du problème.

- 1.5 En déduire la tension efficace aux bornes du condensateur $U_{ce}(\omega)$ en fonction de ω , Q , ω_0 et E puis écrire U_{ce} en fonction de $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, Q et E .
- 1.6 On donne le graphe de $U_{ce}(x)$ pour différentes valeurs du facteur de qualité Q : fig.2 et 3.

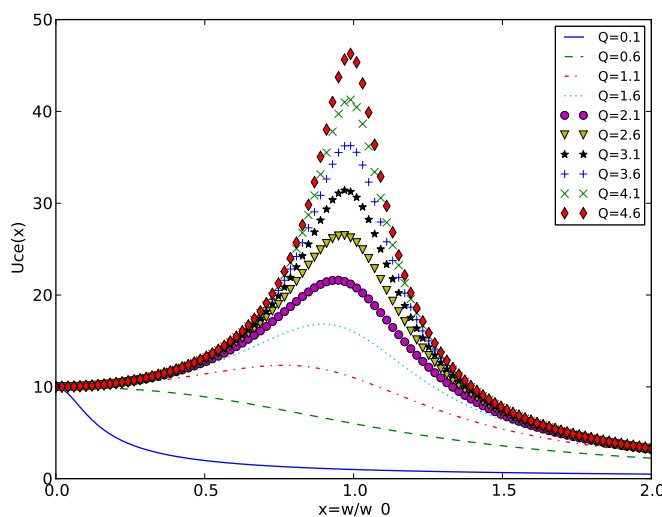


FIGURE 2 – Influence du facteur de qualité sur la réponse en tension aux bornes du condensateur de l’oscillateur

- 1.6.1 Expliquer en quoi consiste le phénomène de résonance.
- 1.6.2 Commenter l’influence de Q sur la réponse du condensateur à une excitation sinusoïdale à partir des figures 2 et 3.
- 1.6.3 On montre que la pulsation de résonance en tension aux bornes du condensateur s’écrit :

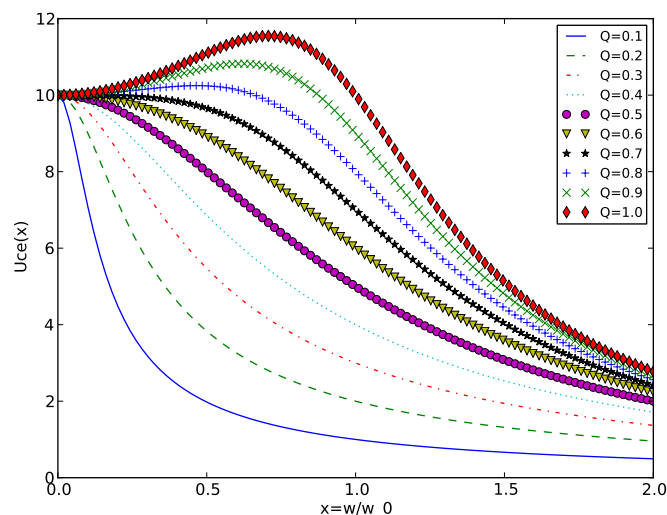


FIGURE 3 – Influence du facteur de qualité sur la réponse en tension aux bornes du condensateur de l'oscillateur

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2}{Q^2}}$$

Commenter cette expression. En particulier comparer à la pulsation propre ω_0 .

1.7 On pose $R_0 = R + r + R_g$. Montrer que $Q = \frac{1}{R_0 C \omega_0}$.

1.8 Déterminer l'expression théorique de l'amplitude complexe \underline{I} associée à l'intensité du courant traversant le circuit en fonction de $R_0 = R + r + R_g$, ω , Q , ω_0 et \underline{E} .

Mettre \underline{I} sous la forme :

$$\underline{I} = \frac{A'}{1 + jB \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

où l'on exprimera A' et B en fonction des constantes du circuit.

1.9 En déduire l'expression de l'intensité efficace $I_e(\omega)$

Est-il nécessaire de faire une autre série de mesure pour avoir la courbe $I_e(\omega)$?

1.10 Montrer que $I_e(\omega)$ présente un extremum pour $\omega = \omega'_r$. Préciser ω'_r et $I_{max} = I_e(\omega'_r)$.

1.11 On appelle bande passante l'intervalle de pulsation $\Delta\omega = \omega_{max} - \omega_{min}$ pour laquelle $I_e(\omega) \geq \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$.

Montrer que $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$.

1.12 On donne fig.4 les graphes de $I_e(f)$ et $U_{ce}(f)$ où f est la fréquence du générateur. Identifier, en justifiant votre choix, les courbes $I_e(f)$ et $U_{ce}(f)$ parmi les courbes (1) et (2).

1.13 Déterminer à partir de ces courbes : la fréquence propre f_0 et la largeur de la bande passante Δf . En déduire la valeur du facteur de qualité de l'oscillateur.

1.14 En déduire la valeur de L puis celle de r .

Dans les questions qui suivent, on utilise une bobine différente de la précédente caractérisée par les valeurs L' et r' .

1.15 Préciser le déphasage ψ entre $i(t)$ et $e(t)$ ainsi que φ' le déphasage entre $u_C(t)$ et $e(t)$. Préciser les valeurs de $\psi(\omega_0)$ ainsi que $\varphi'(\omega_0)$.

1.16 Comment peut-on accéder expérimentalement à la mesure de $i(t)$ avec un oscilloscope ?

On réalise l'expérience suivante sur le circuit. À l'aide d'un oscilloscope, on mesure la tension $e(t)$ sur la voie X et la tension $U_R(t)$ aux bornes de la résistance R sur la voie Y. On fait varier la fréquence du générateur sinusoïdal et on constate que la voie Y passe par un maximum pour une fréquence f_1 .

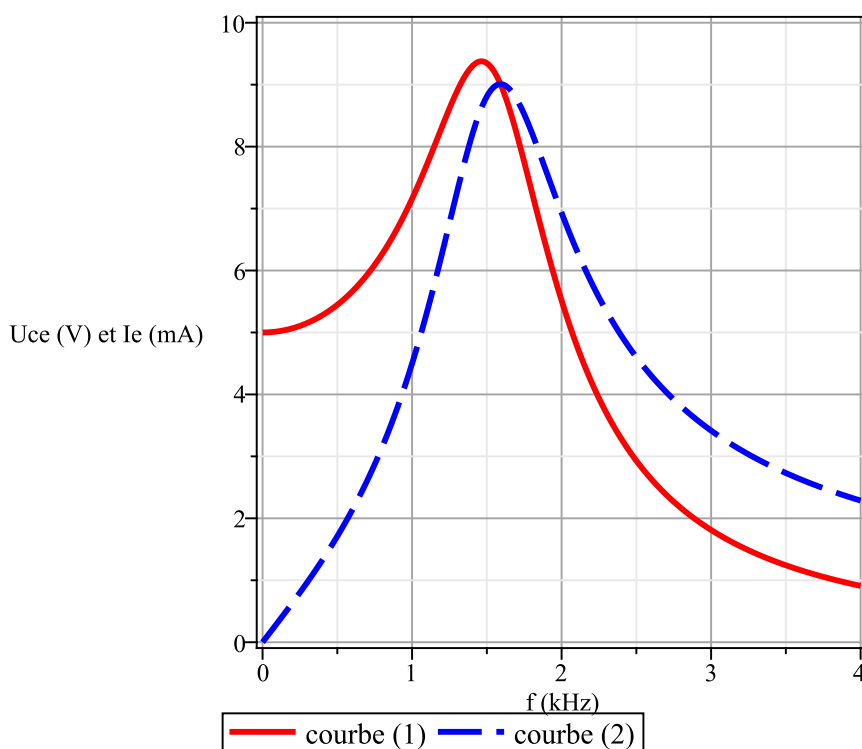


FIGURE 4 – Courbes de résonance

1.17 Interpréter la présence de ce maximum aux bornes de R .

On se place dorénavant à la fréquence f_1 .

On s'arrange maintenant pour mesurer sur la voie Y la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur C en gardant $e(t)$ sur la voie X .

1.18 Les deux oscillogrammes suivants ont été enregistrés l'un pour la voie Y aux bornes de C , l'autre pour la voie Y aux bornes de R .

Déterminer le déphasage entre la voie X et la voie Y pour chacun des oscillogrammes.

Préciser, en justifiant votre choix, à quel composant correspond chacun des oscillogrammes fig.5a et 5b.

1.19 En déduire les valeurs L' et r' de la nouvelle bobine.

2. Etude en régime transitoire

On alimente désormais le circuit avec **avec une tension continue E** et l'on attend que le régime permanent soit établi.

2.1 Préciser, lorsque le régime permanent est atteint, les valeurs de i , u_L , u_R et u_C .

Une fois le régime permanent atteint, on remplace l'alimentation par un fil. On étudie donc la décharge d'un condensateur de capacité $C = 0,1\mu F$ dans une bobine d'auto-inductance L et de résistance interne r inconnues, placées en série avec une résistance R variable.

2.2 Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $u_C(t)$ et la mettre sous la forme canonique :

$$\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_C(t)}{dt} + \omega_0^2 u_C(t) = 0$$

où on exprimera ω_0 et Q' , le facteur de qualité du circuit, en fonction des données du problème.

2.3 Rappeler les relations de continuité à l'intérieur d'une bobine et d'un condensateur. En déduire les valeurs $u_C(0)$ et $\frac{du_C}{dt}(0)$.

2.4 Comme le montre le graphe fig.6, on se trouve en régime pseudo périodique. Montrer que ceci n'est possible que si la résistance R est inférieure à une valeur maximale que l'on explicitera en fonction de L , r et de C .

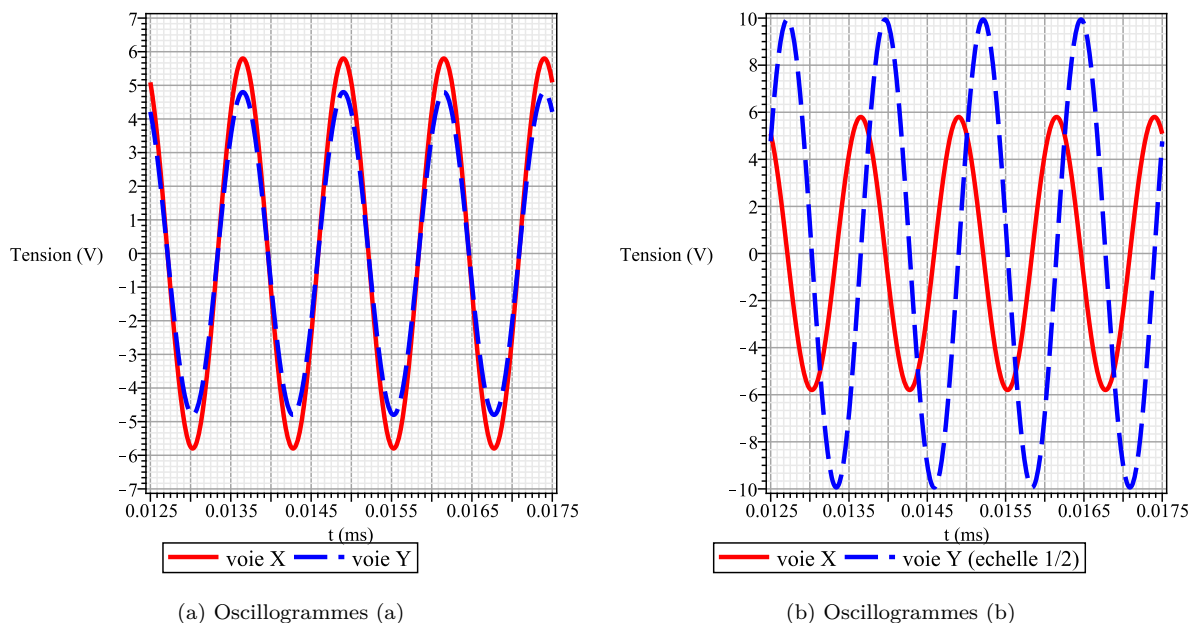


FIGURE 5 – Oscillogrammes

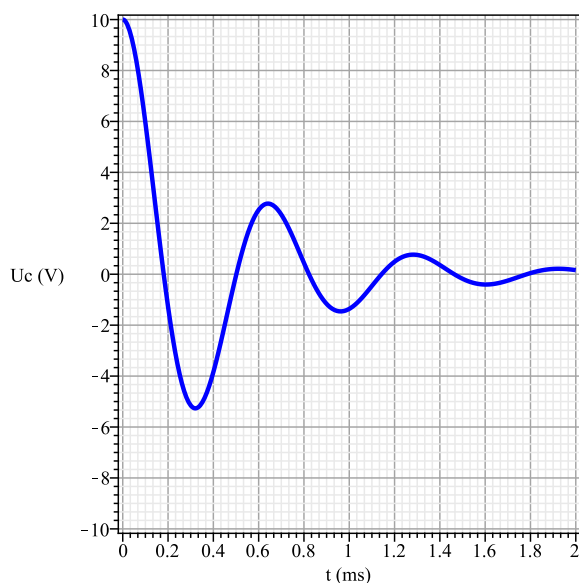


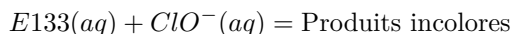
FIGURE 6 – Régime transitoire

- 2.5 Montrer que la solution physique s'écrit sous la forme $u_C(t) = e^{-\lambda t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$ où l'on donnera l'expression de λ et ω en fonction de ω_0 et Q' . Préciser les valeurs des constantes A et B .
- 2.6 Caractéristiques de l'oscillateur. Exploitation de la courbe expérimentale fig.6.
 - 2.6.1 Donner les valeurs de la tension aux deux premiers maxima pour $t \neq 0$.
 - 2.6.2 Donner la valeur expérimentale de la pseudo-période T et de la pseudo-pulsation ω .
 - 2.6.3 On pose $\delta = \ln \left(\frac{u_1}{u_2} \right)$. Montrer que $\delta = \frac{\omega_0 T}{2Q'}$. En déduire l'expression de Q' en fonction de δ .
 - 2.6.4 Évaluer Q' et ω_0 .
- 2.7 À quelle condition peut-on assimiler la pseudo-période à la période propre ? Cette approximation est-elle vérifiée dans le cas étudié ?
- 2.8 Trouver la valeur numérique de L .

Problème 2 – Suivi de la décomposition du bleu brillant en présence d'hypochlorite de sodium

L'eau de Javel est une solution à base d'ions hypochlorite capable de décomposer de nombreuses substances organiques comme le bleu brillant (E133), colorant alimentaire fréquemment rencontré dans les boissons et les sucreries de couleur bleue.

La cinétique de la décomposition du bleu brillant en présence d'ions hypochlorite d'équation :

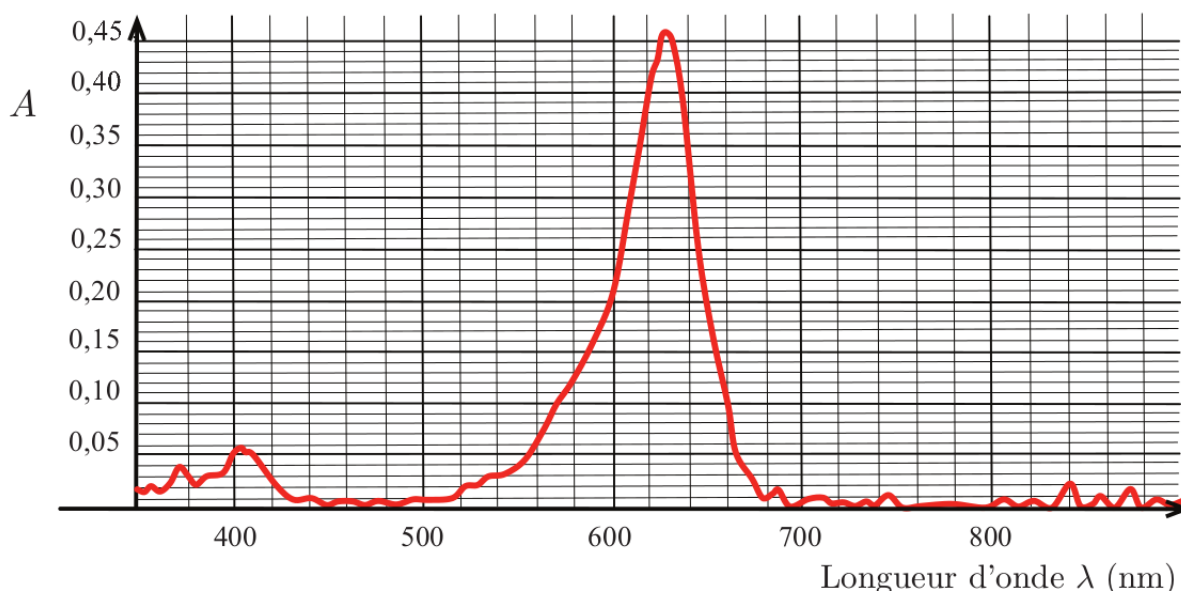


est suivie par spectrophotométrie en mesurant l'absorbance A de la solution au cours du temps à une longueur d'onde donnée. On suppose que la vitesse de la réaction v peut se mettre sous la forme :

$$v = k[E133]^\alpha [ClO^-]^\beta$$

où α est l'ordre partiel par rapport au bleu brillant (E133), β l'ordre partiel par rapport aux ions hypochlorite ClO^- et k la constante de vitesse de la réaction. Cette réaction, qui admet un ordre global entier, est réalisée dans les conditions suivantes : température constante et égale à 298 K, milieu réactionnel homogène, réaction quantitative et volume constant.

Document 1 – Spectre d'absorption du bleu brillant



Absorbance A du bleu brillant en fonction de la longueur d'onde λ exprimée en nm.

Document 2 – Préparation de la gamme de la solution étalon de bleu brillant

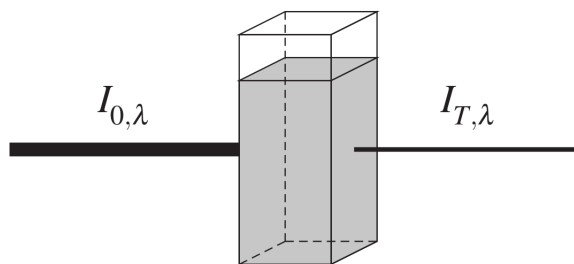
Une gamme étalon est réalisée : à partir d'une solution mère de bleu brillant commercial de concentration molaire volumique connue $c_0 = 4,72 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, des solutions filles sont préparées en utilisant une verrerie adaptée. On obtient alors une série de solutions de bleu brillant de concentrations c connues. L'absorbance A de chaque solution est mesurée dans une cuve en plastique de 1 cm d'épaisseur à une longueur d'onde λ adaptée. Les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau ci-dessous :

A	0	0,234	0,347	0,456	0,582
$c(10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1})$	0	1,89	2,83	3,78	4,72

Absorbances et concentrations des solutions.

Document 3 – Absorbance d'une solution

Lorsqu'une solution est traversée par un rayonnement polychromatique, elle peut atténuer l'intensité des radiations à certaines longueurs d'onde : on dit qu'elle absorbe ces radiations.



Représentation d'une cuve traversée par un faisceau incident d'intensité $I_{0,\lambda}$. Un faisceau transmis $I_{T,\lambda}$ en émerge. La longueur de la cuve l traversée est de 1 cm.

Un faisceau de lumière monochromatique (de longueur d'onde λ) d'intensité incidente $I_{0,\lambda}$ traverse une longueur l de solution limpide (phénomène de diffusion négligeable) placée dans une cuve (figure 9). Une partie de la radiation est absorbée par la solution, l'autre est transmise et son intensité est notée $I_{T,\lambda}$.

1. Suivi spectrophotométrique de la réaction

- 1.1 Définir l'absorbance A d'une solution.
- 1.2 A quelle couleur correspond le pic d'absorption du bleu brillant ? Pouvait-on s'y attendre ?
- 1.3 On travaille à la longueur d'onde $\lambda = 614\text{ nm}$ pour réaliser les mesures d'absorbance lors de la réalisation de la gamme de solutions étalons. Justifier.
- 1.4 Détailler le protocole expérimental à mettre en place pour préparer, à partir de la solution mère de bleu brillant, un volume $V = 25,0\text{ mL}$ d'une solution de bleu brillant de concentration molaire volumique $c = 1,89 \times 10^{-6}\text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
- 1.5 On rappelle la loi de Beer-Lambert : $A = \varepsilon(\lambda, T)l$ où l est la longueur de solution traversée par la lumière monochromatique. Cette loi est-elle vérifiée ici ? Si oui, en déduire la valeur du coefficient d'extinction molaire $\varepsilon(\lambda, T)$ pour $T = 298\text{ K}$ et $\lambda = 614\text{ nm}$.
- 1.6 En quoi la spectrophotométrie est une technique de choix pour le suivi cinétique de la réaction de décomposition du colorant E133 ?

2. Étude cinétique

Protocole expérimental - À l'instant $t = 0\text{ min}$, on place dans un bécher de 50 mL un volume $V_1 = 25,0\text{ mL}$ d'une solution aqueuse de bleu brillant de concentration molaire volumique $c_1 = 4,54 \times 10^{-6}\text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 1,00\text{ mL}$ d'une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium ($\text{ClO}^-(aq) + \text{Na}^+(aq)$) de concentration molaire volumique $c_2 = 1,33 \times 10^{-2}\text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

- 2.1 Montrer que les conditions initiales utilisées vont permettre de déterminer la valeur de l'ordre partiel par rapport au bleu brillant (E133). Dans quelle situation cinétique se trouve-t-on ?
- 2.2 Montrer alors que la vitesse de réaction v peut se mettre sous une forme simplifiée. On notera k_{app} la constante apparente de vitesse.

3. Étude expérimentale

Les résultats de l'étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

t (min)	0	2,5	5	7,5	10	15
A	0,582	0,275	0,138	0,069	0,034	0,009

Absorbance A mesurée à divers instants t .

- 3.1 Montrer que si la réaction est d'ordre 1 par rapport au bleu brillant (E133), l'équation ci-dessous est vérifiée :

$$\ln \frac{A}{A_0} = -k_{app} \times t$$

où A et A_0 représentent respectivement les valeurs de l'absorbance à l'instant t et à l'instant initial $t = 0\text{ min}$. k_{app} est la constante apparente de vitesse de la réaction.

3.2 On admet que :

— si l'ordre $\alpha = 0$, alors $A = A_0 - k_{app}\varepsilon l \times t$,

— si l'ordre $\alpha = 2$, alors $\frac{1}{A} = \frac{1}{A_0} - \frac{k_{app}}{\varepsilon l} \times t$.

A partir des graphes fig.7, déterminer l'ordre partiel par rapport à E133 puis déterminer la valeur de k_{app} à 298 K.

4. Afin de déterminer l'ordre partiel β , supposé non nul, par rapport aux ions hypochlorite ClO^- , on réalise le même protocole expérimental que précédemment en utilisant toutefois une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium ($ClO^-(aq) + Na^+(aq)$) de concentration molaire volumique $c_3 = 6,65 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Les résultats de l'étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau 6 ci-dessous.

t (min)	0	2,5	5	7,5	10	15
A	0,389	0,275	0,195	0,138	0,097	0,069

Absorbance A mesurée à divers instants t .

- 4.1 Montrer alors que ces nouvelles conditions initiales s'avèrent suffisantes pour déterminer la valeur de l'ordre partiel β par rapport aux ions hypochlorite.
- 4.2 En déduire la valeur de la constante de vitesse k de la réaction de décomposition du bleu brillant en présence d'ions hypochlorite.

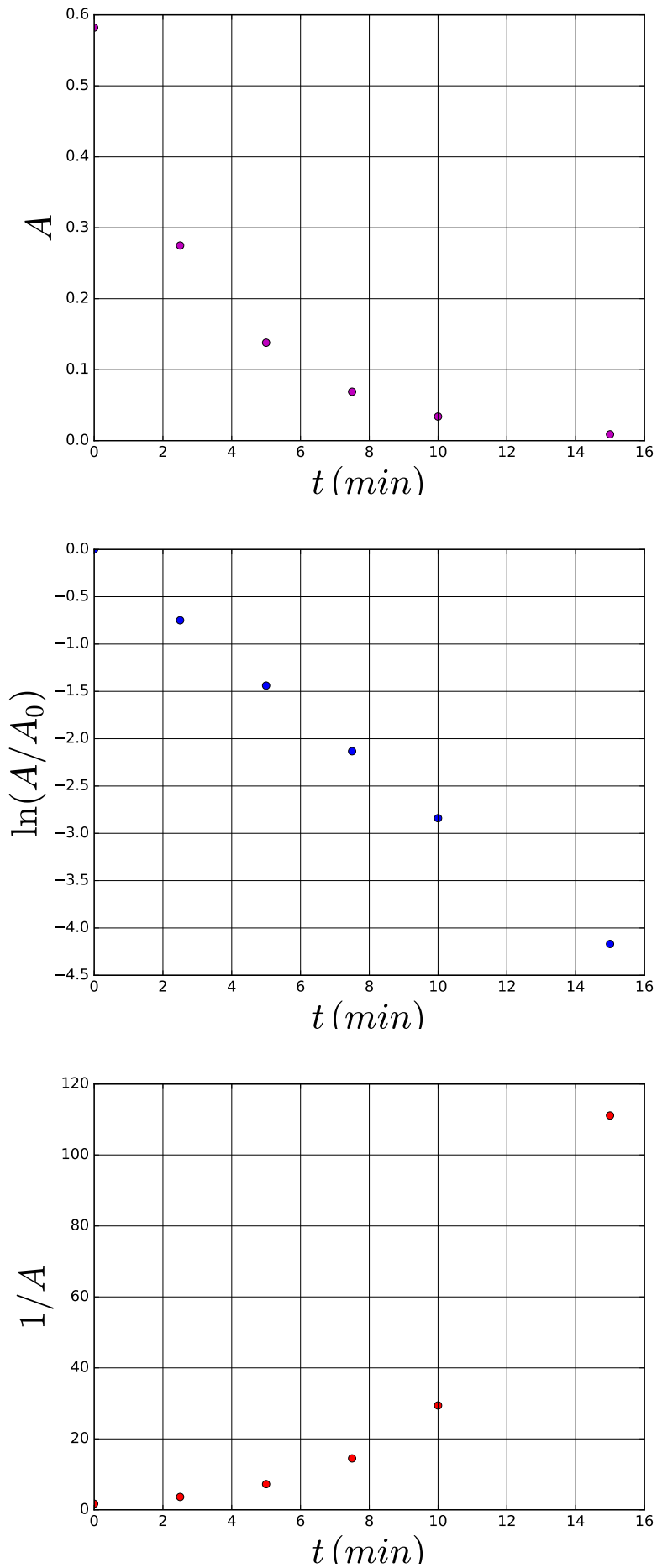


FIGURE 7 – Résultats expérimentaux