Devoir Surveillé 7 – Physique-Chimie

D.Malka – MPSI 2017-2018 – Lycée Saint-Exupéry

17.03.2018

Durée de l'épreuve : 3h30

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 4 pages.

— *Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.*
— *Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.*
— *La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.*
— *Les pages doivent être numérotées de la façon suivante : n °page courante/nombre total de pages.*

Problème 1 – Le cuivre et l'un de ses minerais, la chalcopyrite

Données :
— Numéro atomique du cuivre : 29.
— Masses molaires :

Elément	S	Fe	Cu
$M\,(\mathrm{g \cdot mol^{-}1})$	32.06	55.84	63.55

— Rayon métallique du cuivre : $r_{Cu} = 127\,\mathrm{pm}$
— Rayons ioniques :

Ion	Fe^{2+}	Fe^{3+}	Cu^{+}	Cu^{2+}	S^{2-}
r (pm)	78	64	96	70	180

— Nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}$

1. **L'élément cuivre**

1.1 L'isotope le plus abondant du cuivre est ^{63}Cu. Combien de protons et de neutrons cet isotope comprend-il ?

1.2 Donner la configuration électronique de l'atome de cuivre dans son état fondamental d'après les règles de Hund et de Klechkowski.

1.3 En fait, des mesures spectroscopiques montre que l'orbitale la plus éloignée du noyau ne contient qu'un seul électron. Corriger la configuration électronique précédente et proposer une explication.

1.4 Le cuivre ^{64}Cu est radioactif (fig.1) :

$$^{64}Cu = \text{produits de désintégration}$$

1.4.1 Déterminer le temps de demi-vie de l'isotope ^{64}Cu.

1.4.2 Sachant que la loi cinétique de la désintégration de ^{64}Cu est d'ordre 1, déterminer sa constante de vitesse k.

2. **Structure cristalline du cuivre métallique**
Le cuivre métallique cristallise suivant le système cubique à faces centrées de paramètre de maille a. On supposera que les atomes de cuivre les plus proches sont en contact.

2.1 Représenter la maille.

2.2 Combien une maille contient-elle d'atomes de cuivre ?

2.3 Calculer le paramètre de maille a.

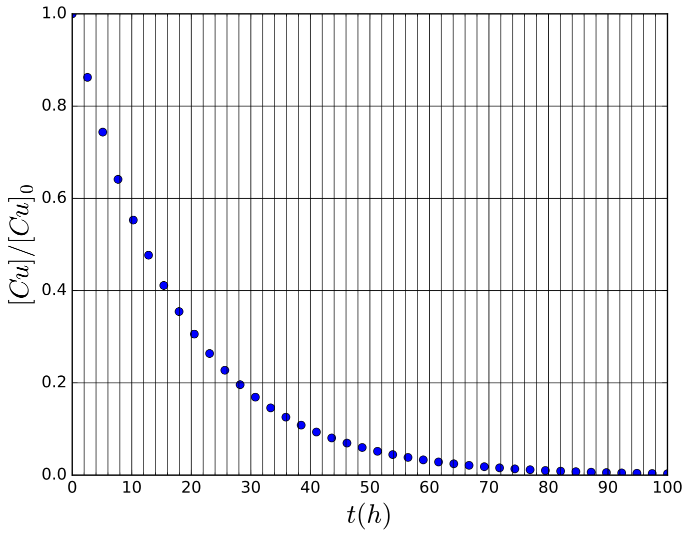


FIGURE 1 – Desintégration radioactive du cuivre ^64Cu

2.4 Définir et calculer la compacité du cuivre.

2.5 Déterminer la masse volumique du cuivre.

3. **La chalcopyrite**

La chalcopyrite est un minerai mixte de cuivre et de fer de formule chimique : $CuFeS_2$. De façon approchée, la chalcopyrite peut être décrite par un réseau cubique à faces centrées d'ions sulfure S^{2-}, dans lesquels les ions cuivre et les ions fer occupent des sites interstitiels.

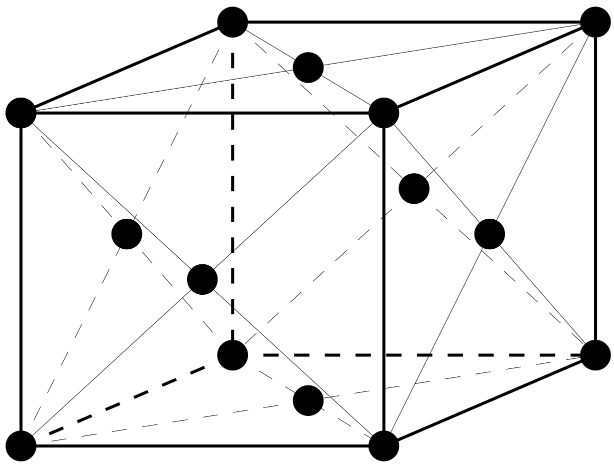


FIGURE 2 – La chalcopyrite. Ne sont représentés que les ions S^{2-}.

3.1 Sachant que la couche de valence des ions cuivre est $3s^2 3p^6 3d^{10}$, en déduire s'il agit d'ions Cu^+ ou bien Cu^{2+}. Déterminer alors la charge des ions fer.

3.2 Donner la population en ions soufre, en ions fer et en ions cuivre de la maille de chalcopyrite.

3.3 Calculer les fractions massiques en soufre, en cuivre et fer de la chalcopyrite.

3.4 Sachant que le paramètre de maille vaut 580 pm, la structure formée par les anions est-elle compacte ?

3.5 Reproduire la maille et y indiquer la position des sites tétraédriques et des sites octaédriques.

3.6 Quel est le rayon maximal d'un cation s'insérant dans un site tétraédrique du réseau d'ions sulfure ? Même question pour les sites octaédriques.

3.7 Proposer alors une maille complète décrivant la chalcopyrite

Problème 2 – Comment faire un looping ... sans se louper

Un point mobile P, assimilé à un point matériel de masse m, se déplace sur un rail situé dans un plan vertical. Le rail comporte une partie IA constituée d'un demi cercle de centre C et de diamètre $AI = 2l$. On néglige tout frottement et la liaison entre le mobile et le rail est unilatérale c'est à dire que le mobile se situe à l'intérieur de la rampe. La position du point P lorsque sa trajectoire est à l'intérieur du demi-cercle est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{CI}, \overrightarrow{CP})$ (Fig.3).

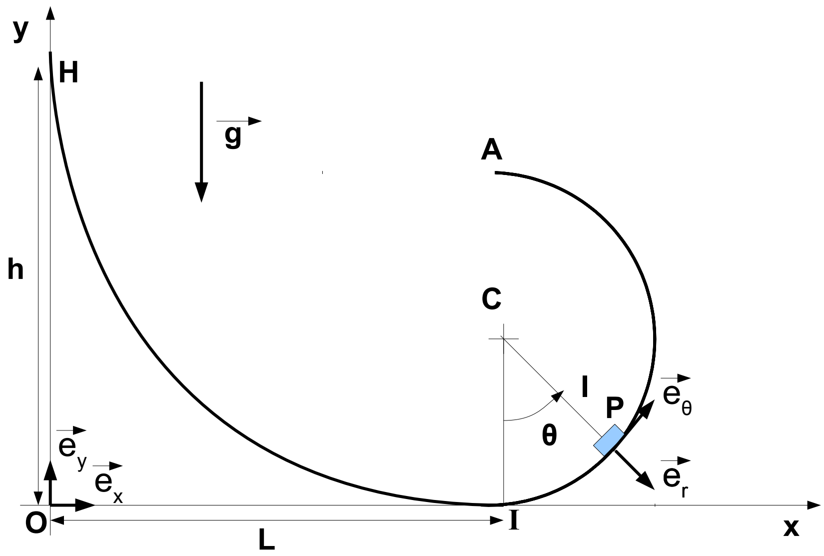


FIGURE 3 – Rampe de looping

On désigne par g la norme de l'accélération de la pesanteur. A l'instant $t = 0$, le mobile est libéré en H sans vitesse initiale à la hauteur h.

1. Montrer que le système est conservatif.
2. En exploitant le résultat précédent, exprimer en fonction de l, h, g et θ, la norme v_P de la vitesse du point P lorsqu'il est à l'intérieur du demi-cercle.
3. Exprimer en fonction de l et $\dot{\theta}$ la norme v_P de la vitesse du point P lorsqu'il est à l'intérieur du demi-cercle.
4. On écrit $\overrightarrow{R} = R(\theta)\vec{e}_r$ la réaction de la rampe. Donner l'expression de $R(\theta)$ au point P en fonction de θ.
5. A quelle condition sur le signe de $R(\theta)$ la voiture reste-t-elle en contact avec le rail ?
6. Déduire **des deux questions précédentes** la hauteur minimale h_m depuis laquelle on doit lâcher le mobile sans vitesse initiale en H pour qu'il arrive jusqu'en A, point le plus haut du demi cercle.
7. Donner dans ces conditions ($h = h_m$), l'expression de la réaction R_I en I, point le plus bas de la trajectoire.
8. Exprimer la norme v_A de la vitesse du mobile lorsqu'il arrive au point A après avoir été lâché sans vitesse initiale depuis une hauteur $h = h_m$.
9. Calculer, pour $h = h_m$, l'abscisse x_0 du point d' intersection de la trajectoire du mobile après passage par A avec l'axe Ox.

Problème 3 – Le pendule conique

Soit un pendule constitué d'une masselotte de masse m, modélisée par un point matériel M, et d'une tige rigide de longueur l et de masse qu'on négligera. La tige est liée en O à un bâti, fixe dans le référentiel du laboratoire, par une liaison rotule. On met en rotation la tige autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire constante ω (fig.4). On étudie la possibilité que la tige s'écarte de la verticale, formant un angle α avec l'axe Oz.

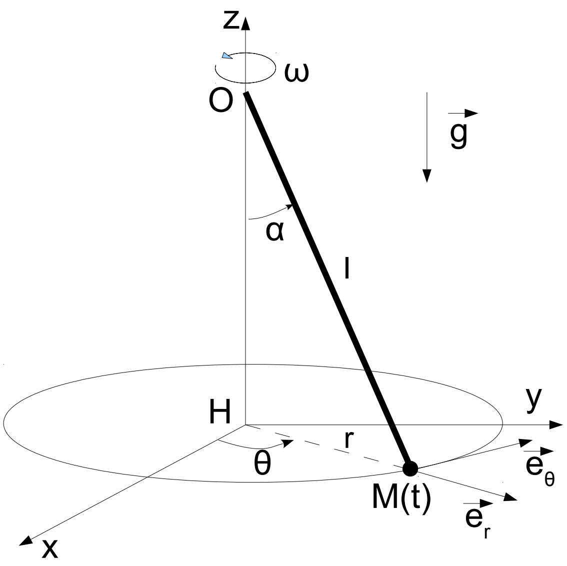
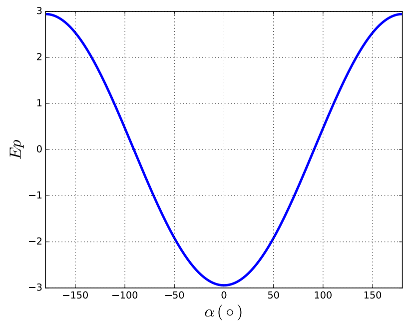


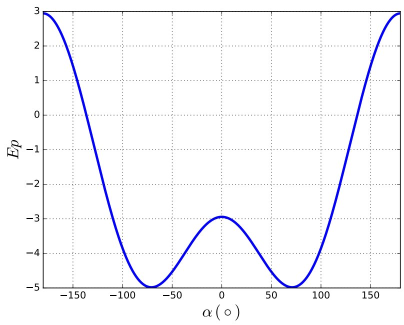
FIGURE 4 – Pendule conique

On se place dans le référentiel tournant autour de Oz avec la tige. Ce référentiel est non galiléen, aussi, il faut ajouter aux vraies forces, une pseudo-force, dite centrifuge, d'expression $\vec{f_e} = mr\omega^2\vec{e_r}$, avec $r = HM$.

1. Montrer que la force centrifuge $\vec{f_e}$ dérive d'une énergie potentielle dont on déterminera l'expression.
2. Montrer alors que le système est conservatif et écrire, à une constante K près, l'énergie potentielle totale $E_p(\alpha)$ en fonction de α. On posera $Ep_0 = -mgl < 0$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$.
3. Sur la figure 5 est représentée cette énergie potentielle pour différentes valeurs des paramètres du problème. Commenter.



(a) $g = 9,81\,m.s^{-2}$, $l = 30\,cm$, $\omega = 1\,rad.s^{-1}$, $m = 1\,kg$



(b) $g = 9,81\,m.s^{-2}$, $l = 30\,cm$, $\omega = 10\,rad.s^{-1}$, $m = 1\,kg$

FIGURE 5 – Pendule conique

On se replace dans le cas général pour la suite.

4. Discuter l'existence de positions d'équilibre suivant la valeur de ω.
5. Discuter la stabilité de ces positions suivant la valeur de ω.
6. Décrire alors le phénomène qui se produit lorsqu'on augmente progressivement la vitesse de rotation ω du pendule initialement vertical. Interpréter.
7. On suppose $\omega > \omega_0$ et on note α_{eq} la position d'équilibre stable du système. Montrer qu'au voisinage de α_{eq}, le système se comporte comme un oscillateur harmonique dont on exprimera la pulsation propre Ω.